Caso FREZAS

Resolva o seguinte caso por duas formas equivalentes: analítica e por simulação

1. Uma broca apresenta um comportamento em falha (desgaste até já não cortar de modo adequado) descrito por uma distribuição Normal com uma média de $\bar{x}$ = 5 horas e um desvio padrão de s = 1 hora. Existem actualmente n = 9 brocas para completar um trabalho, o qual requer T = 40 horas. Qual é a probabilidade de não conseguirmos completar o trabalho com as brocas existentes?

   Se não tivéssemos em conta a variabilidade do tempo de vida de cada broca, a resposta seria com certeza P(Prazo de entrega = 40 horas < Duração média de vida do conjunto das 9 brocas (9 x 5 = 45 horas) = 0. Porém, existindo variabilidade, a solução é encontrada usando o método analítico ou a simulação de MC.

   Método analítico: μ = 9 x 5 = 45 horas; σ = √ (9 x 1^2) = 3 horas

   Sendo t o tempo acumulado de vida das várias brocas e recorrendo a uma tabela da distribuição Normal ou ao EXCEL, obtemos: $P(t \leq 40) = 0{,}04779 \cong 0{,}05$

   Ver a resolução por simulação (e também a analítica) na aplicação EXCEL "Brocas.XLSX")

2. A mesma questão do ponto anterior, mas existindo 8 brocas novas e uma com 3 horas de trabalho;

   Esta situação não possui solução analítica.

   A circunstância de existir uma broca que já acumulou t_0 = 3 horas de trabalho, tem como consequência que o seu tempo de vida útil será decerto mais reduzido do que as das restantes brocas que são novas. A forma de lidar com este caso particular encontra-se descrito no ponto 2.3 "Geração parcial de valores de uma variável" do livro ESSAR. A Figura 2.9 ilustra este caso.

   Recorrendo ao formulário do EXCEL, temos que a probabilidade de falha até 3 horas é de: $F(t_0 = 3)$ = NORMDIST(3; 5; 1; 1) = 0,02275. Logo, o processo gerador da Normal tem de ser ajustado de forma a gerar valores aleatórios de t apenas entre 0,02275 e 1 (e não entre 0 e 1):

   t = NORMINV(0,02275 + RAND()*(1 - 0,02275)) - 3

   Simulando a vida acumulada das 8 brocas novas e da broca usada, obtemos a resposta:

   $P(t <= 40) \cong 0{,}25$

   Ver a resolução por simulação na aplicação EXCEL "Brocas.XLSX")

3. Qual a quantidade de brocas necessárias para um trabalho previsto demorar 60 horas, se admitirmos um risco de 0,15 de essa quantidade vir a revelar-se insuficiente?

   Usando um método numérico, criamos uma tabela com várias alternativas do nº de brocas N (que nos pareçam plausíveis) e calculamos para cada uma destas alternativas os parâmetros da Normal representativa da vida do conjunto das N brocas e a probabilidade desta ser inferior à duração de 60 horas do trabalho pretendido ("risco") – ver o próximo Quadro.

   Conforme se observa, se N = 12, $P(t < T)$ = 0,5, mas, incrementando N de mais uma unidade (N = 13), o "risco" diminui e assume o valor de 0,083 < 0,15. Logo, a quantidade de brocas de que devemos dispor para este trabalho é N = 13 unidades.

Nº brocas	Média	DP	Risco de incumprimento
9	45	3	0,999999713
10	50	3,162278	0,999217299
11	55	3,316625	0,934165992
12	60	3,464102	0,5
13	65	3,605551	0,082758929
14	70	3,741657	0,003763158

O método de simulação fornece obviamente a mesma solução:

$$P(n > N) \rightarrow N = 13$$

Ver a resolução analítica e por simulação na aplicação EXCEL "Brocas.XLSX"

Rui Assis
30 Out 2016