Tempos de Fabricação Degressivos resultantes da Experiência

Rui Assis (Eng.º Mec.Ph.D. IST)

rassis@rassis.com
www.rassis.com

Setembro/2011

1. Introdução

As curvas de experiência (ou de aprendizagem) têm grande aplicação em ambientes de produção repetitiva de produtos complexos nos quais muitas operações apresentam uma forte componente de trabalho manual.

O facto dos tempos unitários e, logo, os custos de transformação decrescerem com a acumulação da experiência, ou seja, com a dimensão do lote de fabricação, coloca a necessidade de se calcular o tempo médio unitário de forma a servir dois objectivos:

- Planear a operação (de transformação ou de montagem), multiplicando o tempo médio unitário (horas/unidade) pela dimensão do lote (unidades) a fabricar;
- Prever o custo da operação, multiplicando o tempo médio unitário (horas/unidade) pelo custo da unidade de *output* ($/hora) e pela dimensão do lote (unidades) a fabricar.

As curvas de experiência são também utilizadas na análise de problemas de natureza estratégica, tais como fixação de preços e de selecção de investimentos.

Em ABC/ABM interessa conhecer a expressão básica do tempo médio unitário, pelo que desenvolvo seguidamente as particularidades desta situação e as fórmulas aplicáveis tomando como referência a construção de aviões.

2. Causas

Na construção de aviões e de mísseis, área onde a tecnologia evolui rapidamente, os prazos assumem particular importância. Assim, os primeiros aparelhos de uma série são aguardados com grande expectativa e a sua produção inicia-se muitas vezes sem aguardar pelas ferramentas necessárias.

Algumas ferramentas elementares e equipamento de utilização geral bastam nesta fase. Além disso, logo que uma ferramenta fica pronta torna-se necessária uma demonstração, o que atrasa o momento da sua utilização normal. À medida que as ferramentas vão ficando prontas os tempos de operação vão diminuindo progressivamente.

Uma segunda causa importante de diminuição dos tempos de operação, agindo de forma contínua, prende-se com a adaptação dos operadores às operações que lhes são confiadas e que se vão repetir ao longo de toda a série. Esta degressão estende-se por um número de aviões tanto maior quanto maior for a proporção de trabalho manual nas operações a realizar. No extremo oposto, as operações realizadas em máquinas apresentam uma degressão nula. Verifica-se também que a degressividade na fabricação de componentes é menor do que na montagem final, visto estas últimas operações incorporarem muito maior número de operações manuais.

A terceira causa da degressividade dos tempos de operações resulta da organização mais eficiente à medida que a produção avança. Em particular, resulta de uma melhor disposição e balanceamento dos postos de trabalho, de uma definição mais precisa e mais detalhada das operações e de uma alimentação de peças dos postos de trabalho a montante e dos armazéns mais regular.

3. Fórmula de WRIGHT

Ao estudar o custo médio de um avião em séries diferentes caracterizadas pelo número total de aviões construídos, Wright [5] notou que o custo médio da mão de obra se reduzia de 80% sempre que a dimensão da série duplicava. Como se trata do recurso mão-de-obra cuja unidade de *output* é geralmente a hora de fabricação, podemos escrever:

$$t_{2n} = A.t_n$$

Em que t_n representa o tempo da série de dimensão N, t_{2n} o tempo da série de dimensão dupla $2n$ e A a taxa (ou ritmo) a que progride a experiência (ou relação entre t_{2n} e t_n)

O tempo da série, depois de se terem verificado α duplicações, ou seja da série de dimensão $n = 2^{\alpha}$ é dado por:

$$t = t_1.A^{\alpha}$$

Substituindo α na última expressão pelo seu valor retirado da penúltima, obtemos:

$$t = t_1.A^{\log.n/\log.2}$$

Ou, sob outra forma mais conveniente e tendo em conta que $n^{\log.A} = A^{\log.n}$:

$$t = t_1.n^{\log.A/\log.2}$$

É sob esta forma que a fórmula de Wright é mais conhecida.

Podemos ver na figura seguinte a representação gráfica da fórmula de Wright para três diferentes alternativas de taxas de experiência: 90, 80 e 70%

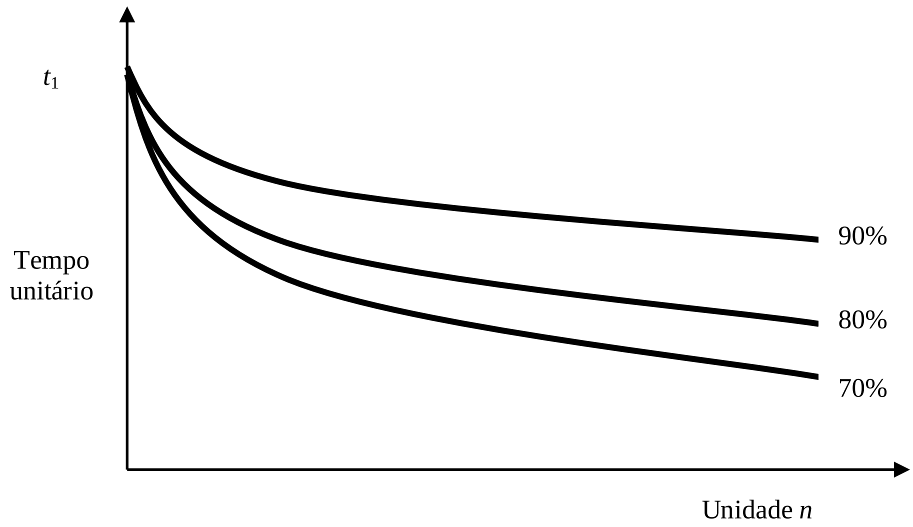

Figura 4 – Lugar geométrico dos pontos correspondentes às curvas de experiência de 70, 80 e 90%

A fórmula de Wright permite:

- Determinar o tempo de operação do elemento de ordem *n* na série;
- Determinar o tempo médio acumulado de operação do elemento de ordem *n* na série;
- Comparar tempos médios de séries diferentes.

Exemplo 1

Chase [2] fornece um exemplo que permite ilustrar a evolução previsional dos tempos de uma produção para a qual a Engenharia especificou t_1 = 100 horas e A = 0,8. Os resultados encontram-se representados no quadro e na figura seguinte.

Elemento *n* da série	**Tempo unitário t_n** (horas)	**Tempo acumulado $\sum t_n$** (horas)	**Tempo médio unitário acumulado $\sum t_n/n$** (horas)
1	100,000	100,000	100,000
2	80,000	180,000	90,000
4	64,000	314,210	78,553
8	51,200	534,591	66,824
16	40,960	892,014	55,751
32	32,768	1.467,862	45,871

Quadro 1 – Tempo necessário para realizar uma operação com uma curva de aprendizagem de 80% para algumas das unidades da série

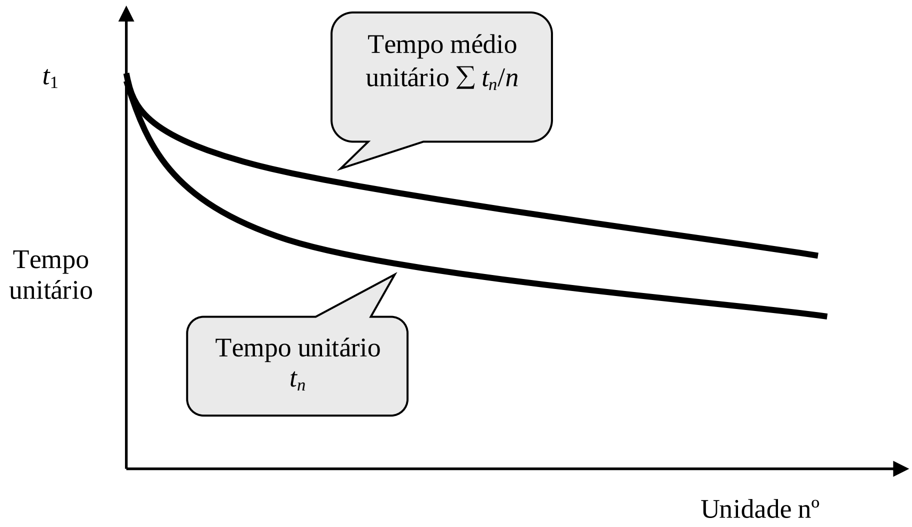

Figura 5 – Curva de 80% de aprendizagem com a evolução do tempo unitário e do tempo médio unitário

Para efeito do cálculo do custo *standard* de operação, é importante desenvolver uma expressão genérica do tempo médio unitário, o que farei mais adiante já que o método usado na coluna (4) do quadro acima não é de forma nenhuma expedito.

4. Existência de um limite mínimo

Muitas vezes o tempo unitário de produção (ou tempo marginal) não pode reduzir-se indefinidamente pois existem limites práticos à sua progressão impostos por factores tecnológicos, organizacionais e humanos.

Nestas circunstâncias, a expressão de Wright pode ser adaptada, assumindo a seguinte forma:

$$t = t_m + (t_1 - t_m).n^{\log.A/\log.2}$$

Em que t_m representa o tempo mínimo possível alcançar (embora teoricamente só o seja quando $n = \infty$). Neste caso, a taxa de experiência representa o factor do qual se reduz a diferença $(t_1 - t_m)$ sempre que a produção duplica.

Calculemos agora a expressão geral que pode fornecer o tempo médio unitário $\bar{t}$ de fabricação de um lote de L unidades, o qual multiplicado pelo custo da hora (unidade de *output*) fornece o custo *standard* da fabricação daquela série.

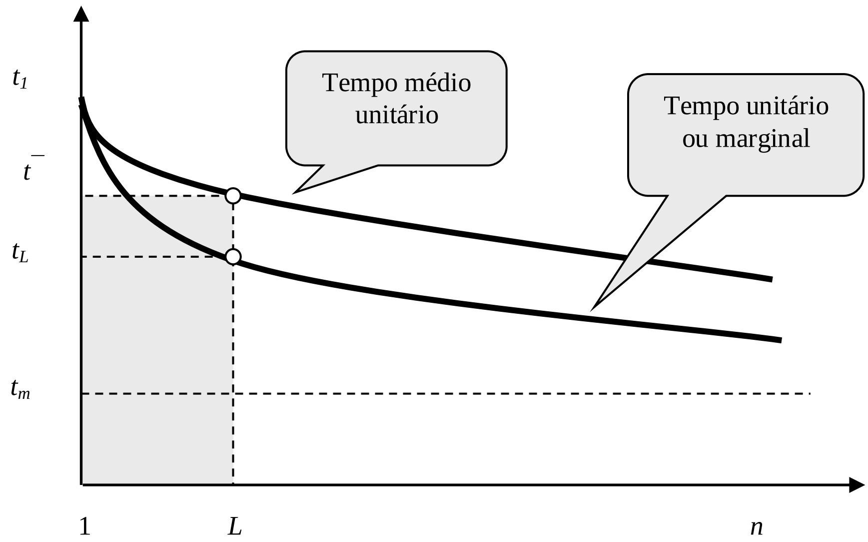

Figura 6 – Curva de aprendizagem com o tempo unitário tendendo para um valor limite mínimo

Se considerarmos a função de Wright como uma função contínua, podemos integrá-la entre 1 e L, obtendo:

$$\bar{t} = 1/(n-1).\left[\int t_m.dn + \int (t_1 - t_m).n^{\alpha}.dn\right]$$
$$\bar{t} = 1/(L-1).\left\{t_m.(L-1) + (t_1 - t_m).\left[(L^{\alpha+1}/(\alpha+1) - 1/(\alpha+1)\right]\right\}$$

$$\bar{t} = t_m + (t_1 - t_m).(L^{\alpha+1}-1)/\left[(L-1).(\alpha+1)\right]$$

E o tempo total de fabricação T de n unidades será simplesmente:

$$T = \bar{t}.L$$

Estas expressões fornecem resultados bastantes consistentes com o tratamento analítico discreto dos tempos unitários. Com efeito, se calcularmos o tempo total de fabricação de L unidades – somando todos os tempos unitários – ou se calcularmos a média acumulada dos tempos unitários de fabricação de L unidades, encontramos valores ligeiramente superiores àqueles fornecidos pelas expressões deduzidas atrás. Esta diferença deve-se ao facto de a curva dos tempos unitários apresentar uma forma côncava, de onde resulta que a integração entre quaisquer dois pontos fornece uma área sempre superior à média aritmética das ordenadas desses dois pontos. Esta diferença é muito pequena raramente ultrapassando 3% mesmo em combinações mais desfavoráveis dos vários parâmetros. Na literatura consultada a integração é realizada entre 0 e L, conduzindo a desvios bastante superiores.

Vejamos um exemplo de aplicação.

Exemplo 2

Suponhamos que se vai lançar em fabricação um lote de 20 unidades de um certo produto para o qual a Engenharia estima 50 horas como tempo da 1ª unidade, 30 horas como tempo mínimo possível atingir e 80% como taxa de experiência. Qual o tempo médio unitário das 20 unidades? E qual o tempo necessário para a sua fabricação?

Valor do coeficiente de degressividade:

$$\alpha = (\log.0{,}8)/(\log.2) = -0{,}3219$$

Tempo médio unitário:

$$\overline{t} = 30 + (50 - 30) \times (20^{-0{,}3219+1} - 1)/\left[(20 - 1) \times (-0{,}3219 + 1)\right] = 40{,}28 \text{ horas}$$

Tempo total:

$$T = 40{,}28 \times 20 = 805{,}66 \text{ horas}$$

No quadro seguinte podemos observar a história previsional das primeiras 25 unidades. A coluna (2) fornece os tempos unitários. A coluna (3) fornece a média acumulada dos tempos unitários. A coluna (4) fornece o tempo médio unitário calculado pela expressão acima. A coluna (5) fornece o somatório de todos os tempos unitários. E, finalmente, a coluna (6) fornece o tempo total calculado pela expressão acima.

Comparando a coluna (3) com a coluna (4) e a coluna (5) com a coluna (6), notamos que as primeiras são sempre ligeiramente superiores às segundas. No caso do lote de 20 unidades, o erro ε introduzido pela fórmula no cálculo do tempo total é de:

$$\varepsilon = (805{,}67 - 809{,}70) / 809{,}70 \times 100 = -0{,}498\%$$

L (1)	**t** (2)	**tméd*** (3)	**tméd(f)** (4)	**T*** (5)	**T(f)** (6)
1	50,00	50,00	50,00	50,00	50,00
2	46,00	48,00	47,70	96,00	95,39
3	44,04	46,68	46,32	140,04	138,95
4	42,80	45,71	45,34	182,84	181,35
5	41,91	44,95	44,59	224,75	222,93
6	41,23	44,33	43,98	265,99	263,89
7	40,69	43,81	43,48	306,68	304,34
8	40,24	43,36	43,05	346,92	344,36
9	39,86	42,98	42,67	386,78	384,03
10	39,53	42,63	42,34	426,31	423,39
11	39,24	42,32	42,04	465,55	462,48
12	38,99	42,04	41,78	504,54	501,33
13	38,76	41,79	41,53	543,29	539,95
14	38,55	41,56	41,31	581,85	578,39
15	38,36	41,35	41,11	620,21	616,64
16	38,19	41,15	40,92	658,40	654,73
17	38,03	40,97	40,74	696,44	692,66
18	37,89	40,80	40,58	734,32	730,46
19	37,75	40,64	40,43	772,07	768,12

20	37,62	40,48	40,28	809,70	805,67
21	37,51	40,34	40,15	847,20	843,09
22	37,39	40,21	40,02	884,60	880,41
23	37,29	40,08	39,90	921,89	917,63
24	37,19	39,96	39,78	959,08	954,76
25	37,10	39,85	39,67	996,17	991,79

Quadro 2 – Tempos unitários, médios e totais para várias alternativas de dimensão do lote L

5. Existência de esquecimento

Quando ocorrem interrupções durante o processo de produção verifica-se frequentemente que parte da experiência é esquecida.

O esquecimento, segundo Smith [4], pode ser expresso matematicamente através de um factor β que toma qualquer valor dentro do intervalo 0 (nenhum esquecimento) e 1 (esquecimento total). Assim, se representarmos por:

- D – o tempo passado entre o fim da fabricação de um lote e o início da fabricação do lote seguinte;
- P_{ie} – o prazo de início de esquecimento;
- P_{te} – o prazo de esquecimento total.

Teremos como expressão de β, a seguinte relação linear:

$$\beta = (D - P_{ie}) / (P_{te} - P_{ie})$$

Podendo β tomar quaisquer valores no intervalo $0 \leq \beta \leq 1$. Quando $D \leq P_{ie}$, não se iniciou ainda o esquecimento, pelo que $\beta = 0$. Quando $P_{te} > D > P_{ie}$, o esquecimento está em curso e $0 < \beta < 1$. Quando $D \geq P_{te}$, o esquecimento é total e $\beta = 1$.

Quando se verifica esquecimento após a interrupção de uma série anterior, a curva dos tempos unitários apresenta a forma que se mostra na Figura 6.

Após n_u unidades, quando o tempo unitário tinha atingido t_{nu} horas, a fabricação foi interrompida durante vários meses. Quando se retoma a fabricação com a unidade n_1, o tempo unitário cresce para t_{n1}. Conforme a fabricação prossegue, o custo unitário decresce logaritmicamente, atingindo novamente t_{nu} e continua a baixar.

A amplitude (t_{n1}- t_{nu}) representa a perda de experiência devida à interrupção. O segmento da curva a partir da unidade n_1 pode ser tratado matematicamente como sendo idêntico ao primeiro segmento da curva que começa em n_e, assumindo assim que não se verificou qualquer interrupção após a unidade n_u.

Este raciocínio é defendido por vários autores, como por exemplo Alder [1] e Smith [4].

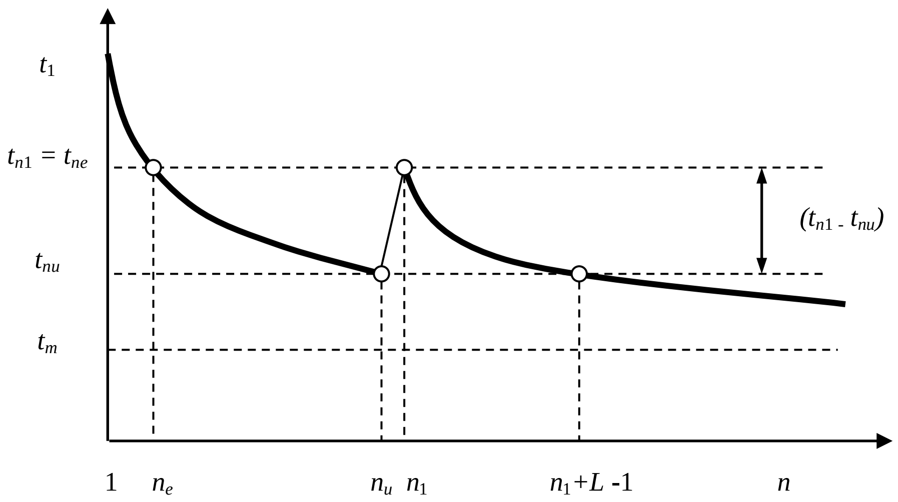

Figura 6 – Curva de aprendizagem interrompida em resultado de esquecimento

Nestas condições, desenvolvi um conjunto de expressões que permitem calcular o tempo médio unitário de fabricação de um lote de L unidades após um período de interrupção com esquecimento.

Sendo conhecidos:

t_{nu} – Tempo unitário da última peça fabricada do lote anterior;
A – Taxa de aprendizagem (ou de experiência);
t_m – Tempo unitário mínimo possível atingir;
n_u – Nº de ordem da última peça fabricada do lote anterior;
L – Dimensão do lote a fabricar;
D, P_{ie} e P_{te} com os significados descritos atrás.

E com base na figura anterior, obtemos:

Tempo unitário de fabricação da unidade de ordem n, tal que $1 < n \leq L$:

$$t_n = t_m + (t_1 - t_m).(n_e + n - 1)^{\alpha}$$

Em que: $\alpha = \log.A/\log.2$

Tempo da 1ª unidade fabricada:

$$t_1 = t_m + (t_{nu} - t_m) / n_u^{\alpha}$$

Tempo perdido devido ao esquecimento:

$$t_p = (t_1 - t_{nu}) . (D - P_{ie}) / (P_{te} - P_{ie})$$

Nº de ordem da unidade equivalente devido ao esquecimento:

$$n_e = \text{ant.log.} \left\{ 1/\alpha . \log.[(t_{n1} - t_m)/(t_1 - t_m)] \right\}$$

Tempo médio unitário de fabricação do lote:

$$\bar{t} = t_m + (t_1 - t_m) \; . \; [\; (n_e + L - 1)^{\alpha+1} - n_e^{\alpha+1} \;] \; / \; [(L - 1) \; . \; (\alpha + 1)]$$

Tempo total de fabricação do lote:

$$T = \bar{t}.L$$

Vejamos um exemplo.

Exemplo 3

Suponhamos que se passaram 3 meses sobre o fim da fabricação do lote do exemplo anterior e que se torna agora necessário lançar em fabricação novo lote; desta vez, com 40 unidades. Suponhamos que a Engenharia estima os seguintes valores para os parâmetros do esquecimento: P_{ie} = 1 mês e P_{te} = 12 meses.

Qual o tempo médio unitário das 40 unidades? E qual o tempo necessário para a sua fabricação?

Do exemplo anterior, sabemos que: t_1 = 50 horas e t_{20} = 37,62 horas, donde:

Tempo perdido devido ao esquecimento:

$$t_p = (50 - 37{,}62) \text{ x } (3 - 1) / (12 - 1) = 2{,}25 \text{ horas}$$

Tempo unitário da primeira peça do lote:

$$t_{n1} = 37{,}62 + 2{,}25 = 39{,}87 \text{ horas}$$

Nº de ordem da unidade equivalente devido ao esquecimento:

$$n_e = \text{ant.log. } [\; 1/\text{-}0{,}3219 \text{ x log.}[(39{,}87 - 30) / (50 - 30)] \cong 9 \text{ unidades}$$

Tempo unitário médio previsto de fabricação do lote:

$$\bar{t} = 30 + (50 - 30) \text{ x } [\; (9 + 40 - 1)^{-0{,}3219+1} - 9^{-0{,}3219+1} \;] / [(40 - 1) \text{ x } (-0{,}3219 + 1)]$$
$$\bar{t} = 37{,}1 \text{ horas}$$

Tempo total de fabricação do lote:

$$T = 37{,}1 \text{ x } 40 = 1.484 \text{ horas}$$

No quadro seguinte podemos observar a história previsional das primeiras 10 unidades e das unidades de ordem entre 30 e 45. A coluna (1) mostra o nº de ordem da unidade no lote a fabricar. A coluna (2) mostra o nº de ordem da unidade desde o início da sua fabricação no lote anterior. A coluna (3) fornece os tempos unitários. A coluna (4) fornece a média acumulada dos tempos unitários. A coluna (5) fornece o tempo médio unitário calculado pela expressão acima. A coluna (6) fornece o somatório de todos os tempos unitários. E, finalmente, a coluna (7) fornece o tempo total calculado pela expressão acima.

L (1)	***n*** (2)	***t*** (3)	***tméd**** (4)	***tméd(f)*** (5)	***T**** (6)	***T(f)*** (7)
1	21,000	39,874	39,874	39,874	39,874	39,874
2	22,000	39,544	39,709	39,705	79,418	79,410
3	23,000	39,254	39,557	39,550	118,672	118,651
4	24,000	38,997	39,417	39,408	157,669	157,632
5	25,000	38,768	39,287	39,276	196,437	196,381
6	26,000	38,560	39,166	39,153	234,997	234,920
7	27,000	38,372	39,053	39,039	273,369	273,270
8	28,000	38,199	38,946	38,931	311,568	311,447
9	29,000	38,040	38,845	38,829	349,608	349,464
10	30,000	37,893	38,750	38,733	387,502	387,334
.	.					
.	.					
.	.					
30	50,000	36,203	37,496	37,476	1124,870	1124,282
31	51,000	36,151	37,452	37,433	1161,021	1160,416
32	52,000	36,101	37,410	37,391	1197,123	1196,500
33	53,000	36,053	37,369	37,350	1233,176	1232,536
34	54,000	36,006	37,329	37,310	1269,182	1268,526
35	55,000	35,961	37,290	37,271	1305,143	1304,470
36	56,000	35,917	37,252	37,233	1341,060	1340,371
37	57,000	35,874	37,214	37,195	1376,934	1376,229
38	58,000	35,833	37,178	37,159	1412,767	1412,046
39	59,000	35,792	37,143	37,124	1448,559	1447,823
40	60,000	35,753	37,108	37,089	1484,313	1483,562
41	61,000	35,715	37,074	37,055	1520,028	1519,262
42	62,000	35,678	37,041	37,022	1555,706	1554,925
43	63,000	35,642	37,008	36,990	1591,348	1590,553
44	64,000	35,607	36,976	36,958	1626,955	1626,145
45	65,000	35,573	36,945	36,927	1662,527	1661,704

Quadro 3 – Tempos unitários, médios e totais para várias alternativas de dimensão do lote L

Comparando as colunas (3) e (4), (5) e (6), notamos que as primeiras são sempre ligeiramente superiores às segundas. No caso do lote de 20 unidades, o erro ε introduzido pela fórmula no calculo do tempo total é de:

ε = (1.483,56 - 1.484.31) / 1.484,31 x 100 = -0,051%

6. Estratégia de fixação de preços

Uma empresa que conheça bem as suas curvas de experiência pode usar a seguinte estratégia:

<u>No caso do lançamento de um novo produto</u>, fixa o seu preço suficientemente baixo, de forma a preestabelecer uma certa quota de mercado e mantém depois esta quota, reduzindo progressivamente o preço do produto, fazendo reflectir a redução do custo conseguida pela experiência, conforme ilustrado na figura seguinte;

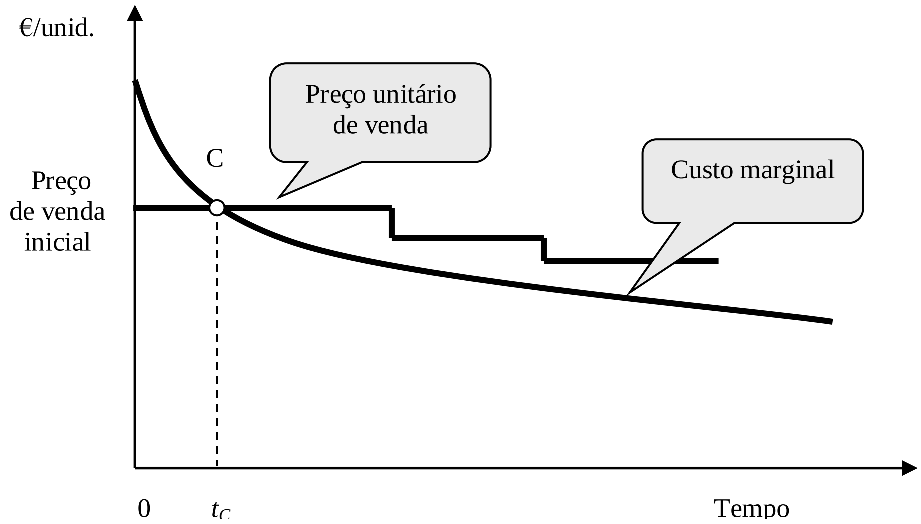

Figura 7 - A empresa fixa, na fase de lançamento, um preço de venda inferior ao seu custo. Ganhando experiência, consegue reduzir o custo até igualar o preço no momento t_C e recuperar a partir daí

<u>No caso de penetração no mercado existente</u>, avalia a curva descendente dos preços no mercado e compara com a sua curva de experiência possível, conforme ilustrado na Figura 8.

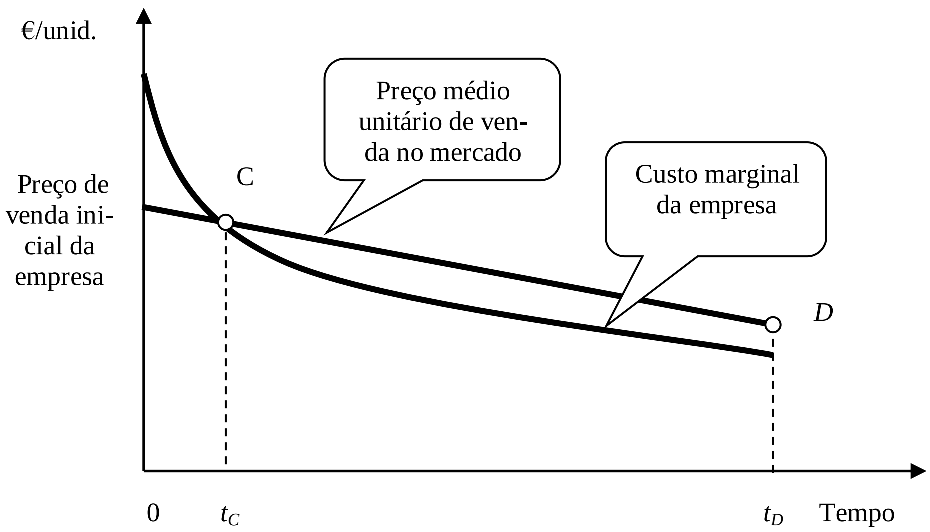

Figura 8 - A empresa avalia se o tempo necessário para atingir o ponto C é ou não demasiadamente longo, de forma a garantir o reembolso das despesas de lançamento antes de o produto ser descontinuado (ponto D)

Em contratos que envolvam tipicamente produtos com longos ciclos de fabricação, pequenas quantidades e custos elevados, a escolha da curva de experiência é determinante para o sucesso do negócio. É frequente, nestes casos, fixar em contrato a evolução previsional dos preços que devem reflectir os ganhos possíveis da experiência.

Na indústria aeronáutica é prática corrente a fixação do tempo unitário da centésima unidade (o denominado t_{100}) como base para cálculo dos patamares de custo e de preço. Neste caso, as fórmulas anteriores, com ou sem esquecimento, continuam válidas, havendo apenas que ajustar o t_1 em conformidade com o valor do t_{100}. Assim e de acordo com a figura seguinte, teremos:

$$t_1 = t_m + (t_{100} - t_m) / 100^{\alpha}$$

7. Conclusões

Tão importante quanto a metodologia que aqui desenvolvi, com o objectivo de apurar expressões válidas para cálculo do tempo médio de operações (de fabricação e de montagem) que sirvam de base ao cálculo do custo previsional da hora para efeitos de orçamentação e de negociação de contratos, é o controlo da realização. Com efeito, o controlo deve servir, não só para sabermos onde estamos e despoletar eventuais medidas correctivas quando se verificam desvios significativos em relação ao previsto (ver a próxima figura), mas também para que a Engenharia "aprenda", por sua vez, com a "experiência". Os dados acumulados em repositórios são tratados estatisticamente de forma a identificar atributos (de forma, peso, tipo de materiais, tipos de operações, etc.) que se possam correlacionar com o custo. Estas correlações, uma vez confirmadas, vão enriquecer uma biblioteca contendo o *know-how* acumulado e facilitar enormemente a actividade de orçamentação, quer em termos de brevidade quer em termos de confiabilidade.

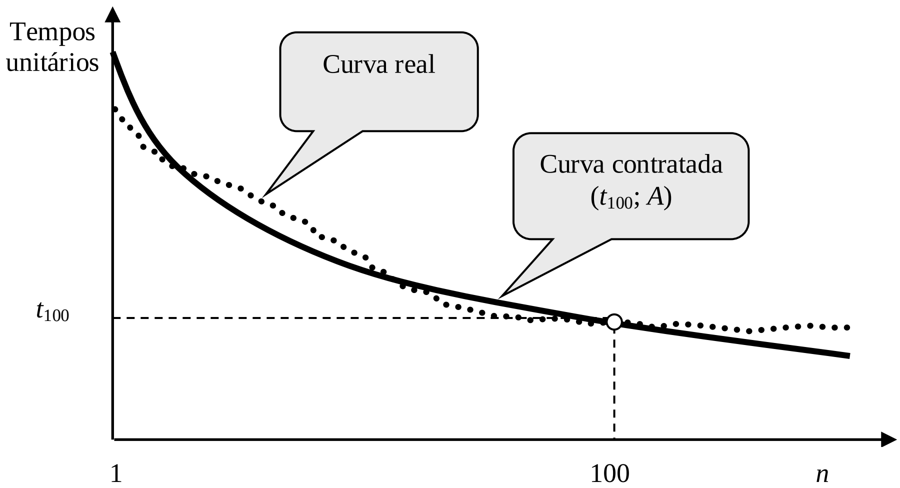

Figura 9 – Curva de experiência teórica prevista e curva de experiência real

Bibliografia referenciada

- [1] ALDER, George L. & Ravinder Nanda, *Learning Curves – Theory and Application*, Industrial Engineering & Management Press, Institute of Industrial Engineers, Norcross, 1982
- [2] CHASE, Richard B. & Nicholas J. Aquilano, *Production and Operations Management – A Life Cycle Approach*, Richard D. Irwin, Boston, 1989
- [3] GUIBERT, *Fabrication des Avions et Missiles*, Dunod, 1960
- [4] SMITH, Jason, *Learning Curve for Cost Control*, Industrial Engineering & Management Press, Institute of Industrial Engineers, Norcross, 1989
- [5] WRIGHT, T.P., *Factors Affecting the Cost of Airplanes*, Journal of Aeronautical Sciences, vol.3, nº 4, Fev.1936