

Calendário de inspeções em Manutenção Preventiva Condicionada com base na Fiabilidade e nos Custos

Rui Assis

Tema desenvolvido para a EDP no âmbito do projecto de I&D CIBR apoiado pela ADI em 2007
Parte da minha tese de doutoramento no IST em 2008

rassis@rassis.com
<http://www.rassis.com>

Resumo

Mostra-se como determinar um calendário de inspeções ao estado de condição de um componente crítico pertencente a um equipamento de produção com base na fiabilidade e nos custos previsionais de manutenção. Este calendário pode ser reformulado automaticamente cada vez que uma inspeção resulte negativa. O algoritmo aqui descrito combina o comportamento em falha de um componente crítico com o diagrama P-F (intervalo de tempo entre a falha potencial e a falha funcional) e todos os custos pertinentes actualizados (inspeções, degradação da produção, consequências da falha, reparação). O calendário de inspeções é assim composto por intervalos de tempo decrescentes, cujas amplitudes são influenciadas pela existência de janelas temporais seguras e inseguras. O custo por hora de funcionamento resulta inferior ao que seria obtido se aquelas janelas não fossem consideradas. Complementarmente, o calendário é ajustado de cada vez que o resultado de uma inspeção é negativo, tendo em conta as probabilidades de ocorrência de falsos positivos e falsos negativos, bem como o grau de confiança do inspector nos resultados do teste. O método torna-se assim dinâmico e auto-ajustável.

Palavras-chave

Bayes
Manutenção condicionada
Intervalos de inspeção
Fiabilidade
Diagrama P-F

Acrónimos

MTTF – *Mean Time To Failure*
MTTR – *Mean Time To Repair (or Replace)*
TMR – Taxa mínima de rentabilidade
TTF – *Time To Failure*
TTR – *Time To Repair (Replace or Recover)*

Notação

α – Parâmetro de forma da função de Weibull
 β – Parâmetro de escala da função de Weibull
 \overline{C}_n – Custo esperado total
 \overline{C}_f – Custo esperado da falha
 \overline{C}_r – Custo esperado da reparação
 \overline{C}_i – Custo esperado da inspeção
 \overline{C}_d – Custo esperado da degradação
 $f(t)$ – Função densidade de probabilidade de falha

F – Momento de falha funcional com todas as consequências
 $F(t)$ – Função de probabilidade acumulada de falha
 $F(t_n-t/t)$ – Probabilidade de falha no intervalo $(t_n - t)$ dado ter atingido a idade t
 $F'(t)$ – Probabilidade a *posteriori* de uma falha se encontrar em curso, tendo o teste resultado negativo
 $F''(t)$ – Probabilidade a *posteriori* de uma falha se encontrar em curso, tendo o teste resultado (-) e merecendo este resultado um grau de confiança P_c
 $h(t)$ – Função de risco ou taxa instantânea de falha
 H – Momento de hoje
 $M-F$ – Intervalo de tempo limite para evitar uma falha funcional após a falha potencial
 M – Momento limite para evitar uma falha funcional após verificada a falha potencial
 M_n – Momentos de inspeção ou de início de uma janela insegura
 n^* – Número de ordem da janela a partir da qual uma falha será com certeza detectada
 N – Quantidade de inspeções realizadas até T_p
 P – Momento de falha potencial ou de detecção de uma falha em curso
 $P-F$ – Intervalo de tempo entre uma falha potencial e a consequente falha funcional
 P_n – Momento de início de uma janela segura
 P_t – Precisão do teste
 $P_t(T-/F_s)$ – Probabilidade de o teste resultar num falso (-)
 $P_t(T+/F_n)$ – Probabilidade de o teste resultar num falso (+)
 $R(t)$ – Fiabilidade até ao momento t
 $R(\Delta t/t)$ – Fiabilidade no intervalo de tempo Δt , dado ter atingido a idade t
 t_0 – Parâmetro de localização da função de *Weibull*
 $\overline{T_p}$ – Momento de paragem para reparação
 $\overline{V_{Ff}}$ – Vida esperada até à falha funcional
 $\overline{V_{Fp}}$ – Vida esperada até à falha potencial
 $\overline{V_{nF}}$ – Vida esperada até ao momento T_p
 \overline{V} – Vida esperada de um órgão

1. Introdução

Em manutenção preventiva sistemática um órgão crítico é substituído (recuperado, beneficiado ou afinado) com regularidade após ter acumulado um certo tempo de funcionamento ou periodicamente em conjunto com outros componentes críticos (substituição em grupo). Esta política de manutenção preventiva tem vindo progressivamente a ser substituída pela política de manutenção preditiva (ou preventiva condicionada), a qual se vem revelando mais eficaz e económica. No caso particular de equipamentos de processo, nos quais uma paragem para manutenção tem grandes implicações, esta política é preferida.

A política preditiva consiste basicamente em inspecionar o estado de condição de cada órgão crítico e decidir após cada inspeção sobre se prosseguir até à próxima inspeção ou parar imediatamente, tendo em conta o resultado obtido. Este resultado, muitas vezes, não é inteiramente fiável, podendo colocar-se a questão de se estar perante falsos positivos ou falsos negativos. Esta questão tem que ver com a adequabilidade/qualidade do método de inspeção empregue, mas também com a confiança depositada no inspector.

Em muitos casos, a falha não se declara imediatamente; antes, dá sinais de si (falha potencial), evolui durante algum tempo e manifesta-se finalmente com todas as consequências negativas (falha funcional). As falhas funcionais, por sua vez, podem ser de natureza evidente, isto é, quando se declaram os seus efeitos são imediatamente noticiados (*evident failures*). As falhas podem também ser de natureza oculta (*hidden failures*), isto é, quando se declaram, os seus efeitos não são imediatamente noticiados; apenas mais tarde, quando ocorrer uma falha da função protegida e a função protectora (falhada) for solicitada, verificando-se uma falha múltipla (*multiple failure*), Moubrey (1999).

Realizar inspeções pode representar um custo elevado, sobretudo quando se torna necessário parar o equipamento, pelo que o seu número ao longo do ciclo de vida útil do órgão crítico em questão, deve ser fixado com base em princípios de racionalidade económica. Com efeito, a paragem voluntária do equipamento que integra o órgão crítico pode ser decidida em qualquer momento, mas isso implica um custo que interessa “diluir” por um período longo. Porém, ao fazê-lo, a probabilidade de ocorrência de uma falha aumenta e, logo, o custo esperado das suas consequências, pelo que é razoável supor que seja possível encontrar um compromisso entre todos os custos pertinentes a que corresponda um custo global mínimo.

No caso de falhas evidentes, um calendário deve ser fixado considerando duas circunstâncias: existe (ou não) uma data prevista para paragem geral. Assim sendo:

- Assumindo a existência de uma data para paragem, qual deverá ser a fiabilidade entre cada duas inspeções, de modo a que o custo global esperado até àquela data (inspeções, recuperação, degradação e falha) resulte mínimo?
- Assumindo uma fiabilidade mínima entre cada duas inspeções, qual deverá ser a data para paragem, de modo a que o custo global esperado até àquela data (inspeções, recuperação, degradação e falha) resulte mínimo?

Neste artigo demonstra-se um método resolutivo numérico no caso de falhas evidentes para encontrar calendários óptimos. O método resolutivo parte do pressuposto de que o comportamento de falha do componente crítico inspecionado é conhecido e descrito por uma distribuição de probabilidade de Weibull.

O método proposto estabelece janelas temporais seguras e inseguras e pressupõe o conhecimento do diagrama P-F para o modo de falha que se pretende acautelar, isto é o tempo médio que medeia entre o momento de detecção da falha potencial P e a declaração da falha funcional F . Este tempo depende, obviamente, do método de diagnóstico. Os métodos mais sofisticados proporcionam a detecção mais cedo do ponto P (períodos P-F mais longos) mas são quase sempre mais caros.

O método aqui proposto presta-se à fase em que se torna necessário estimar um calendário de intervenções para efeitos de planeamento e/ou orçamento de actividades. Numa segunda fase, pode querer-se reformular a data da próxima inspeção, tendo em conta o mecanismo de falha ajustado do resultado da última inspeção, da fiabilidade do teste usado e da opinião do inspector. Assim, após cada inspeção, com fundamentação na qualidade do teste, opinião e experiência do inspector e no teorema de *Bayes*, é descrito um método para reformular a data da próxima inspeção.

Em muitos casos, a periodicidade de inspeções passou à forma de normas, algumas das quais têm vindo a ser contestadas tendo em conta os refinamentos de cálculo operados nos últimos anos.

O conceito aqui proposto de janelas seguras e janela inseguras, considerando a combinação de intervalos de tempo variáveis entre inspeções com o diagrama P-F, não faz parte dos métodos revistos na literatura.

Contrariando o conceito generalizado de que as inspeções em manutenção preditiva *off-line* (falhas evidentes) devem ser realizadas dentro de intervalos de tempo iguais e inferiores ao período P-F, demonstra-se neste artigo que, na perspectiva económica, vale a pena arriscar um pouco e adoptar calendários de inspeção cujos intervalos diminuam com o tempo. Introduce-se o conceito de janelas de tempo seguras e inseguras, sendo estas últimas maiores do que o período P-F. Complementarmente, demonstra-se como reformular a data de uma próxima inspeção tendo em conta a qualidade dos testes obtidos anteriormente e a confiança atribuída ao inspetor.

3. Determinação *a priori* de um calendário de inspeções

Considere-se o caso de um equipamento para o qual existe uma data prevista para paragem geral, que as falhas são de natureza evidente e que existe um intervalo P-F conhecido.

Como se verá adiante, e ao contrário da manutenção preventiva sistemática em que é possível determinar um intervalo de tempo constante para a substituição/reparação de um componente, o intervalo de tempo entre inspeções poderá não ser constante, antes variará conforme a natureza do modo de falha que se procura acautelar. Com efeito, se a probabilidade condicional de falha $h(t)$ (taxa instantânea de falha ou *hazard rate*) cresce com o passar do tempo, parece óbvio o interesse de encurtar progressivamente estes intervalos.

Um calendário de inspeções poderá assim ser encontrado arbitrando uma probabilidade mínima de falha constante entre os momentos de inspeção usando a teoria da decisão e a estatística, conforme *Raiffa e Schlaifer* (1961). Contudo, querendo-se um calendário óptimo de inspeções, ter-se-á de fazer intervir também os custos esperados das inspeções e das consequências de uma falha *Jamali* (2005) e *Wang* (2003).

De acordo com *Elsayed* (1996, p. 82), o critério mais comum de optimização nestes casos consiste em fixar um valor de fiabilidade entre cada duas inspeções R (ou probabilidade de que não ocorra uma falha entre cada duas inspeções). Nestas circunstâncias, os momentos de inspeção t_n serão determinados pela forma descrita adiante.

A fiabilidade entre inspeções é uma probabilidade condicional, isto é, a probabilidade R de não se verificar uma falha durante a próxima missão Δt (tempo até à próxima inspeção) dado não ter ocorrido nenhuma falha até ao momento t – momento em que terá terminado uma inspeção sem revelar qualquer falha em curso.

Da expressão geral que fornece a fiabilidade condicionada $R(\Delta t/t) = \frac{R(t + \Delta t)}{R(t)}$, deduz-se que $R(t + \Delta t) =$

$R(\Delta t/t) \cdot R(t)$. E, como a fiabilidade deve ser mantida constante entre cada duas inspeções, ter-se-á que $R(\Delta t/t) = R(t)$.

Sendo n a n ésima inspeção, conclui-se que:

$$R(t + \Delta t) = R^n \tag{1}$$

Este resultado poderia ser agora combinado com qualquer distribuição descritora de probabilidade de falha. Se for combinada com a distribuição de *Weibull, Ebeling* (1997), *Elsayed* (1996) obtém-se:

$$t_n = t_0 + \beta \cdot \left[-\ln(R^n) \right]^{1/\alpha} \tag{2}$$

Assim, constata-se que, para um determinado valor de fiabilidade fixo $R(t)$ entre cada duas inspeções, quando α toma os valores descritos abaixo, verifica-se o seguinte:

- $\alpha < 1$: $(t_{n+1} - t_n) < (t_{n+2} - t_{n+1})$ a função de risco $h(t)$ é decrescente
- $\alpha = 1$: $(t_{n+1} - t_n) = (t_{n+2} - t_{n+1})$ a função de risco $h(t)$ é constante
- $\alpha > 1$: $(t_{n+1} - t_n) > (t_{n+2} - t_{n+1})$ a função de risco $h(t)$ é crescente

Isto é, constata-se que, quando a função de risco decresce, os intervalos entre inspeções crescem e *vice-versa*. O valor de $\alpha = 1$ desempenha o papel de “linha divisória” entre falhas infantis e falhas por degradação.

O modelo aqui descrito segundo *Elsayed* (1996, p. 82), não teve em conta a existência do diagrama (curva) P-F, *Moubray*, (1999, p. 117). Se esta curva for conhecida, a determinação de um calendário de inspeções tornar-se-á mais complexa. Se esta curva for combinada com os custos de inspeção, reparação, eventual degradação e consequência da falha, tornar-se-á possível determinar calendários de inspeção otimizados matematicamente. Esta abordagem é descrita nas próximas páginas.

4. Desenvolvimento de um modelo de calendário de inspeções

No que se segue, mostra-se como determinar um calendário óptimo de inspeções baseado no conhecimento do diagrama P-F (Fig. 1), de todos os custos pertinentes (custos estimados das inspeções, da eventual degradação, da reparação e das consequências de uma eventual falha funcional) em função da fiabilidade requerida entre inspeções e do tempo até à paragem voluntária.

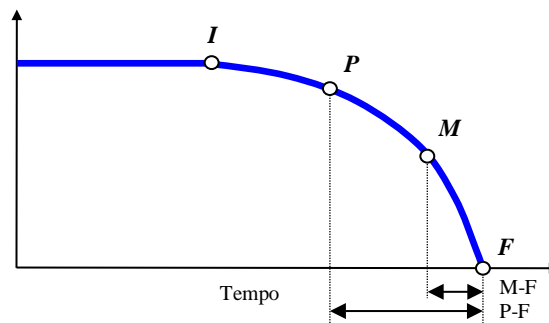


Fig. 1 – Diagrama P-F

Considere-se um determinado órgão crítico no estado de novo, cujo modo de falha predominante pode ser descrito por uma distribuição de probabilidade *Weibull* de 3-parâmetros t_0 , α , e β e que já acumulou um tempo H de funcionamento. A paragem do equipamento, ao qual este órgão pertence, para reparação geral ocorrerá no momento T_p ($T_p > H$). Para julgar o estado de condição do órgão em funcionamento, são necessários meios técnicos de diagnóstico sofisticados. Cada inspeção $n = 1, 2, 3, \dots$ custa C_i e realizar-se-á nos momentos $t_{i1}, t_{i2}, \dots, t_{in}$. Durante a última inspeção o órgão não revelou qualquer sinal de eminência de falha. Os períodos P-F e M-F são conhecidos. Se uma falha potencial for detectada mas não houver tempo para evitar a falha funcional ou, ainda, se tão-pouco a falha potencial for detectada, a falha funcional tem lugar e o equipamento tem de parar de emergência. Em consequência, o custo de oportunidade estimado é C_{op} . Se uma falha potencial for detectada e houver tempo para evitar a consequente falha funcional, o equipamento tem de parar num momento planeado para reparação/substituição do órgão, cujo custo estimado é C_{rp} . Se nenhuma falha se verificar até T_p , o equipamento é parado e o órgão reparado/substituído pelo custo estimado de C_{rp} . Ao longo do tempo, o órgão vai provocando a degradação da produção (quantidade crescente de rejeições ou decréscimo da capacidade, por ex.) pelo custo C_d .

Se se arbitrar uma fiabilidade condicionada mínima $R(t_n|t_{n-1})$ entre inspeções e se se fixar uma taxa mínima de rentabilidade TMR%.ano dos capitais permanentemente investidos na empresa, pode-se calcular a soma das quatro naturezas de custo esperado até T_p e actualizadas ao momento H :

- Inspeções \bar{C}_i cada;
- Reparação \bar{C}_{rp} da falha potencial em qualquer momento futuro ou no momento T_p
- Consequência de uma falha funcional \bar{C}_f
- Custo esperado da degradação \bar{C}_d

Os valores particulares que poderão ser assumidos pelas quatro naturezas de custo, são actualizados à taxa TMR. Esta taxa terá de ser ajustada ao período submúltiplo do ano m que mais convenha à análise, ou seja, $j = (1 + \text{TMR})^{1/m}$. Os valores de custo actualizados assim obtidos para cada natureza serão seguidamente multiplicados pelas respectivas probabilidades de se verificarem. Estes produtos serão depois somados, obtendo-se os custos esperados até T_p . Uma vez estas quatro naturezas de custos somadas obter-se-á o custo esperado total. Segue-se um procedimento semelhante para o cálculo da vida média esperada. Uniformizando agora aquele custo durante esta vida esperada, obtém-se o custo horário esperado, o qual constituirá a variável do modelo a minimizar.

Fazendo variar $R(t_n|t_{n-1})$ progressivamente e mantendo T_p constante, existirá um valor de $R(t_n|t_{n-1})$ que tornará mínimo o custo horário esperado – o valor óptimo. O mesmo se poderá verificar, fazendo variar T_p e mantendo

$R(t_n|t_{n-1})$ constante. Existirá um valor de T_p que tornará mínimo o custo horário esperado – o valor óptimo. Cada inspeção n deve então ter lugar nos momentos t_n calculados por (2) com excepção do período em que se verifica $(t_{n+1} - t_n) < P-M$. Neste período, as inspeções terão lugar com a periodicidade $P-M$.

Ter-se-á assim até T_p , uma sucessão de “janelas de tempo seguras” ($M_n - P_n$) a cinza na Figura 2 e “janelas de tempo inseguras” ($P_n - M_{n-1}$). A probabilidade de uma falha potencial não ser detectada, será assim igual à probabilidade de o ponto P cair dentro das janelas de tempo inseguras. Se todas as inspeções forem localizadas nos momentos $M_n \equiv t_n$ (2), as janelas de tempo seguras estender-se-ão consequentemente ($M_n - P_n$) para trás.

Se uma falha potencial se declarar no interior de uma janela segura será detectada, o componente será reparado ou substituído prontamente sem consequências económicas relevantes para além do custo C_{rp} . Se, pelo contrário, uma falha potencial se declarar fora das janelas seguras não será detectada e a falha funcional terá lugar, sofrendo-se as consequências económicas iguais a C_{op} . Se não se verificar nenhuma falha até T_p , o órgão será reparado/substituído neste momento pelo custo C_{rp} .

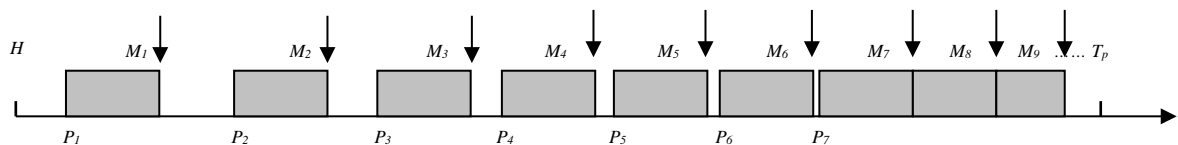


Fig. 2 – Janelas seguras P_n-M_n (cinza) momento H (hoje) e momento T_p (paragem para overhaul). As setas representam os momentos de inspeção.

A análise económica consistirá então em calcular o custo esperado e actualizado das inspeções que decorrerão até T_p (momento da paragem para reparação geral – *overhaul*), o custo esperado e actualizado da reparação da falha potencial que poderá ou não ocorrer até T_p , o custo esperado e actualizado da eventual degradação até T_p e o custo esperado e actualizado das consequências da falha funcional, a qual poderá ou não ocorrer até este mesmo limite temporal. Com efeito, à medida que o tempo vai decorrendo, as inspeções ir-se-ão realizando e os custos destas e da eventual degradação acumulando-se, enquanto que a falha, potencial ou funcional, poderá ou não verificar-se.

Este problema de natureza estocástica só admite resolução numérica. A solução óptima será encontrada criando um modelo matemático e ensaiando vários cenários alternativos, para cada um dos quais é arbitrado um valor $R(t_n|t_{n-1})$ entre inspeções mantendo T_p constante ou o inverso – conforme o interesse. O cenário eleito será aquele que apresenta o menor custo horário esperado. A incerteza quanto ao momento em que se poderá verificar uma falha (potencial ou funcional) será representada no modelo associando probabilidades a um conjunto de momentos discretos dispostos uniformemente até ao momento de paragem T_p . Determinar-se-ão os custos em momentos discretos; nos momentos das inspeções, por exemplo.

O período até T_p é assim constituído por uma série de intervalos:

- Os intervalos de tempo ($P_n - M_{n-1}$); durante os quais, se uma falha potencial se iniciar, a sua progressão não será detectada a tempo e a falha funcional consequente revelar-se-á antes da próxima inspeção ter lugar com consequências de custo C_{op} ;
- Os intervalos de tempo ($M_n - P_n$); durante os quais, se uma falha potencial se iniciar, a sua progressão será detectada quando a próxima inspeção tiver lugar e haverá tempo suficiente para proceder à reparação de custo C_{rp} .

4.1 Custo esperado das consequências de uma falha funcional

A probabilidade de ocorrência de uma falha funcional (ou de uma falha potencial em desenvolvimento não ser detectada entre inspeções) será, pois, calculada pelo somatório das probabilidades de falha potencial nos intervalos de tempo ($P_n - M_{n-1}$). Logo, o custo esperado da falha funcional $\overline{C_f}$ resultará do somatório dos custos de oportunidade C_{op} actualizados (para o momento H) ponderados pelas probabilidades de falha potencial nos intervalos de tempo ($P_n - M_{n-1}$).

Designe-se por n^* o número de ordem da janela a partir da qual uma falha será com certeza detectada, isto é, a partir do momento em que se verifica a condição $(P_n - M_{n-1}) < (P-F - M-F)$. O custo esperado da falha será então dado por:

$$\overline{C_f} = \sum_{n=1}^{n^*} \{F[(P_n - H) | H] - F[(M_{n-1} - H) | H]\} \cdot \overline{C_{op}(P_n - M_{n-1});H} \quad (3)$$

Em que $\overline{C_{op}(P_n - M_{n-1});H}$ representa o valor médio do custo actualizado (ao momento H , ou seja, hoje) à taxa j das consequências da falha, se esta ocorrer entre os momentos P_n e M_{n-1} .

$$\overline{C_{op}(P_n - M_{n-1});H} = \frac{1}{P_n - M_{n-1}} \int_{M_{n-1}}^{P_n} \frac{C_{op}}{(1+j)^n} \cdot dn \quad (4)$$

Desenvolvendo-se (4), deduz-se (5).

$$\overline{C_{op}(P_n - M_{n-1});H} = \frac{1}{P_n - M_{n-1}} \cdot \frac{C_{op}}{\ln(1+j)} \left[\frac{1}{(1+j)^{M_{n-1}-H}} - \frac{1}{(1+j)^{P_n-H}} \right] \quad (5)$$

Obviamente que, se as janelas temporais forem curtas, os custos actualizados podem considerar-se como variando aproximadamente de forma linear no seu interior; bastaria, neste caso, uma média aritmética simples entre os dois extremos de cada intervalo.

4.2 Custo esperado de uma reparação da falha potencial

Os momentos em que a reparação poderá ter lugar são os seguintes:

- Em qualquer momento no interior das janelas seguras ($M_n - P_n$), para as quais se verifica que $(P_n - M_{n-1}) \geq (P-F - M-F)$;
- Em qualquer momento no interior das janelas seguras ($M_n - M_{n-1}$), para as quais se verifica que $(P_n - M_{n-1}) < (P-F - M-F)$ – a partir daqui, uma falha será com certeza detectada;
- No momento T_p se nenhuma falha for detectada (quer nas janelas seguras quer inseguras).

Designa-se por N o número de inspecções realizadas nos momentos M_n . De forma semelhante ao ponto anterior, obtém-se para cálculo do custo esperado de uma reparação a expressão:

$$\begin{aligned} \overline{C_{rp}} = & \sum_{n=1}^{n^*} \{F[(M_n - H) | H] - F[(P_n - H) | H]\} \cdot \overline{C_{rp}(M_n - P_n);H} + \\ & + \sum_{n^*+1}^N \{F[(M_n - H) | H] - F[(M_{n-1} - H) | H]\} \cdot \overline{C_{rp}(M_n - M_{n-1});H} + \{1 - F[(T_p - H) | H]\} \cdot C_{rp}(T_p;H) \end{aligned} \quad (6)$$

Em que $\overline{C_{rp}(M_n - P_n);H}$ ou $\overline{C_{rp}(M_n - M_{n-1});H}$ representa o valor médio do custo actualizado (ao momento H , ou seja, hoje) à taxa j da reparação, se esta tiver lugar e $C_{rp}(T_p;H)$ representa o custo da reparação no momento T_p actualizado para o momento H . O termo $\{1 - F[(T_p - H) | H]\}$ representa a fiabilidade condicional até ao momento T_p , ou seja, a probabilidade de não se verificar qualquer falha no período $H-T_p$.

4.3 Custo esperado das inspecções

Enquanto uma falha pode ocorrer num momento aleatório dentro de intervalos de tempo (janelas seguras ou inseguras), as inspecções só ocorrem nos momentos M_n até n^* (depois ocorrerão com a periodicidade P-M). Em consequência, o custo esperado das inspecções $\overline{C_i}$ (realizadas nos vários momentos M_n) resultará da soma de duas parcelas:

$$\overline{C_i} = C_i \cdot \sum_{n=1}^N \frac{1}{(1+j)^{(M_n - H)}} \{F[(M_n - H) | H] - F[(M_{n-1} - H) | H]\} + C_i \cdot \left[\sum_{n=1}^N \frac{1}{(1+j)^{(M_n - H)}} \right] \cdot \{1 - F[(T_p - H) | H]\} \quad (7)$$

A primeira parcela é calculada pelo somatório dos custos de inspecção C_i actualizados (para o momento H) ponderados pelos incrementos de probabilidade de falha potencial nos intervalos de tempo ($M_n - M_{n-1}$). A segunda

parcela é calculada pelo produto dos custos de inspeção C_i actualizados (para o momento H) pela fiabilidade no momento T_p , ou seja, pela probabilidade de não se verificar qualquer falha até T_p .

4.4 Custo esperado da degradação

Independentemente da proximidade de uma falha, a eficiência do sistema ao qual o componente em análise pertence pode encontrar-se, eventualmente, em perda, situação que, na perspectiva económica favorecerá a antecipação de uma paragem para reparação/recuperação. Nesta eventualidade, torna-se necessário determinar o custo esperado da degradação $\overline{C_d}$.

A quebra (em percentagem) de produção acumulada $d(\%)$ até um qualquer momento M_n é tipicamente expressa por uma função polinomial de 3º grau: $d(\%) = K_1 + K_2.M_n + K_3.M_n^2 + K_4.M_n^3$. Em consequência, a quebra média de produção verificada no intervalo genérico $(M_n - M_{n-1})$, admitindo linearidade no intervalo se este for pequeno, resulta igual a $\Delta d(\%)/2.(M_n - M_{n-1})$.

Em unidades de produto, esta quebra média de produção no intervalo $(M_n - M_{n-1})$ será dada por $[\Delta d(\%)/2.(M_n - M_{n-1}).1/100.P]$, em que P representa a capacidade nominal do sistema (no caso de um grupo electrogerador será expresso em KWh).

Sendo m a margem de contribuição unitária (diferença entre o preço de venda unitário e o custo variável unitário), o incremento do custo de oportunidade verificado no intervalo $(M_n - M_{n-1})$ será dado por $P.m.[\Delta d(\%)/200.(M_n - M_{n-1})]$, expressão esta que pode agora ser actualizada ao momento H .

Finalmente o custo esperado da degradação $\overline{C_d}$ será calculado pela soma de duas parcelas:

$$\begin{aligned} \overline{C_d} = & \frac{P.m}{200} [\Delta d(\%)(M_n - M_{n-1})] \sum_{n=1}^N \frac{1}{(1+j)^{(M_n-H)}} \{F[(M_n - H) | H] - F[(M_{n-1} - H) | H]\} + \\ & + \frac{P.m}{200} [\Delta d(\%)(M_n - M_{n-1})] \left[\sum_{n=1}^N \frac{1}{(1+j)^{(M_n-H)}} \right] \{1 - F[(T_p - H) | H]\} \end{aligned} \quad (8)$$

A primeira parcela é calculada pelo somatório dos incrementos do custo de oportunidade C_d actualizados (para o momento H) ponderados pelos incrementos de probabilidade de falha potencial nos intervalos de tempo $(M_n - M_{n-1})$. A segunda parcela é calculada pelo produto dos incrementos do custo de oportunidade C_d actualizados (para o momento H) pela fiabilidade no momento T_p , isto é, pela probabilidade de não se verificar falha até T_p .

4.5 Custo por unidade de tempo

Para determinar o custo por unidade de tempo, tem de se calcular i) a vida esperada até à falha funcional $\overline{V_{Ff}}$, ii) a vida esperada até à falha potencial detectada $\overline{V_{Fp}}$ e iii) a vida esperada até ao momento T_p quando nenhuma falha acontece até este momento $\overline{V_{nF}}$. A vida esperada até à falha funcional $\overline{V_{Ff}}$ é calculada pelo somatório dos produtos das vidas médias das várias janelas inseguras pelas respectivas probabilidades de estas se verificarem.

$$\overline{V_{Ff}} = \sum_{n=1}^{n^*} \{F[(P_n - H) | H] - F[(M_{n-1} - H) | H]\} \cdot \frac{(P_n - M_{n-1})}{2} \quad (9)$$

A vida esperada até à falha potencial detectada $\overline{V_{Fp}}$ é calculada pelo somatório dos produtos das vidas médias das várias janelas seguras pelas respectivas probabilidades de estas se verificarem ($1 \leq n \leq n^*$ no caso das janelas alternadas seguras e inseguras e $n^*+1 \leq n \leq N$ após só existirem janelas seguras).

$$\begin{aligned} \overline{V_{Fp}} = & \sum_{n=1}^{n^*} \{F[(M_n - H) | H] - F[(P_n - H) | H]\} \cdot \frac{(M_n - P_n)}{2} + \sum_{n^*+1}^N \{F[(M_n - H) | H] - F[(M_{n-1} - H) | H]\} \cdot \\ & \cdot \frac{(M_n - M_{n-1})}{2} \end{aligned} \quad (10)$$

A vida esperada até ao momento T_p quando nenhuma falha acontece até este momento \overline{V}_{nF} é calculada pelo produto do tempo até à paragem voluntária T_p pela fiabilidade condicionada a esse momento, ou seja, a probabilidade de não se verificar qualquer falha até T_p .

$$\overline{V}_{nF} = \{1 - F[(T_p - H) | H]\} T_p \quad (11)$$

A vida média de um órgão \overline{V} , o qual pode ser objecto de uma falha potencial a tempo de se evitar a falha funcional ou de uma falha funcional ou, ainda, pode não falhar até T_p , pode agora ser calculada pelo somatório das Expressões 3.9 a 3.11, resultando:

$$\overline{V} = \overline{V}_{Ff} + \overline{V}_{Fp} + \overline{V}_{nF} \quad (12)$$

E o custo esperado horário uniforme \overline{C}_h será finalmente calculado pela expressão:

$$\overline{C}_h = \left(\overline{C}_f + \overline{C}_{rp} + \overline{C}_i + \overline{C}_d \right) \frac{j(1+j)^{\overline{V}}}{(1+j)^{\overline{V}} - 1} \quad (13)$$

4.6 Aplicação pelo método numérico

Um equipamento compreende um determinado órgão crítico que falha segundo uma distribuição de probabilidade *Weibull* de parâmetros $t_0 = 0$, $\alpha = 2$ (erosão típica) e $\beta = 8.000$ horas. Este órgão acumulou já 3.000 horas de funcionamento. O equipamento labora em regime contínuo (365 dias/ano x 24 horas/dia = 8.760 horas/ano) e está prevista a sua paragem para reparação geral dentro de 9.000 horas. Se ocorrer uma falha potencial, a reparação terá lugar imediatamente por um custo de 35.000 €. Se ocorrer uma falha funcional e o equipamento tiver de parar de emergência, o custo de oportunidade encontra-se estimado em 100.000 €. Para julgar o estado de condição do órgão em funcionamento, são necessários meios técnicos de diagnóstico sofisticados cujo custo totaliza 4.000 €inspeção. A última inspeção teve lugar quando o órgão acumulava aproximadamente 3.000 horas e não revelou qualquer sinal de degradação. A TMR vigente na empresa é 25%.ano. Os períodos P-F e M-F (Figura 2) deste órgão são de 500 horas e 50 horas, aproximada e respectivamente. A capacidade de produção do equipamento é de 350 unidades/hora e a margem média de contribuição é de 100 €/unidade. A quebra de produção com o tempo de funcionamento é dada pelo polinómio:

$$d(\%) = -4,8983 + 0,0032.M_n - 6.10^{-7}M_n^2 + 7.10^{-11}M_n^3$$

Se a empresa desejar uma fiabilidade igual a 0,90 entre inspeções, qual será o custo horário desta alternativa?

O período durante o qual é desejável que uma inspeção tenha lugar é $(P-M) = (P-F) - (M-F) = 500 - 50 = 450$ horas. Com efeito, antes do momento P , a falha potencial iniciada no ponto I não é detectável pela tecnologia de diagnóstico disponível e, depois do momento M , já será demasiado tarde e a falha funcional irá mesmo revelar-se. Cada inspeção n deve então ter lugar em cada “janela de tempo segura” $(M_n - P_n)$, já que todos os intervalos $(P_n - M_{n-1})$ são inseguros. A probabilidade de uma falha potencial não ser detectada será assim igual à probabilidade de o ponto P cair fora das janelas de tempo seguras. Suponham-se então as inspeções localizadas nos momentos representados por M . Cada uma das janelas seguras estender-se-á consequentemente $500 - 50 = 450$ horas para trás do momento da inspeção M .

A taxa de actualização anual tem de ser ajustada para a hora, pois todos os cálculos se referem aos momentos de inspeção (em horas).

$$j = (1 + \text{TMR})^{1/m} - 1 = (1 + 0,25)^{1/8.760} - 1 = 0,002547\%.\text{hora}$$

Ter-se-ão agora de calcular os custos esperados e actualizados que decorrerão até às 9.000 horas: das inspeções, da eventual reparação da falha potencial e da eventual falha funcional. Todos os cálculos necessários foram programados no Excel, tendo resultado o Quadro 1 e a Figura de síntese 3. No Quadro 1 pode constatar-se que para garantir a fiabilidade mínima de 0,90 entre inspeções são necessárias 17 inspeções até a paragem programada e que, a partir da 7ª inspeção, se entra no regime permanente de janelas seguras. Por este facto, os intervalos entre inspeções passam a ser de 450 horas. Nesta circunstância, o custo esperado da falha é 12.997 €, o custo esperado das inspeções é 30.571 € o custo esperado da reparação é 26.707 €e o custo esperado da degradação é 3.627 €. A soma destes quatro custos é igual a 77.878 €

Quadro 1 – Resumo dos custos esperados (a inspeção de ordem 0 já teve lugar)

Inspeção (n)	Momentos de inspeção (M_n)	Intervalos entre inspeções	$F(M_n - 3.000 3.000)$	Momentos (P_n)	$F(P_n - 3.000 3.000)$	Custo esperado da falha	Custo esperado das inspeções	Custo esperado da reparação	Custo de oportunidade esperado
0	2.597	2.597	0,000000	2.147	0,000000	0	0	0	0
1	3.672	1.076	0,067696	3.222	0,021386	2.144	266	1.602	23
2	4.498	825	0,160926	4.048	0,108965	4.038	726	1.761	54
3	5.193	696	0,244834	4.743	0,190184	2.807	970	1.819	69
4	5.806	613	0,320350	5.356	0,264855	1.889	1.155	1.819	84
5	6.361	554	0,388315	5.911	0,333193	1.194	1.289	1.781	97
6	6.870	510	0,449484	6.420	0,395557	664	1.382	1.720	108
7	7.345	474	0,504535	6.895	0,452361	261	1.440	1.644	119
8	7.795	450	0,554567	7.345	0,504535	0	1.486	1.559	129
9	8.245	450	0,602072	7.795	0,554567	0	1.577	1.463	145
10	8.695	450	0,646754	8.245	0,602072	0	1.638	1.360	161
11	9.145	450	0,688396	8.695	0,646754	0	1.669	1.253	175
12	9.595	450	0,726864	9.145	0,688396	0	1.672	1.145	188
13	10.045	450	0,762093	9.595	0,726864	0	1.649	1.036	199
14	10.495	450	0,794085	10.045	0,762093	0	1.603	930	207
15	10.945	450	0,822899	10.495	0,794085	0	1.538	828	213
16	11.395	450	0,848643	10.945	0,822899	0	1.457	732	217
17	11.845	450	0,871460	11.395	0,848643	0	9.052	4.253	1.440
						€12.997	€30.571	€26.707	€3.627

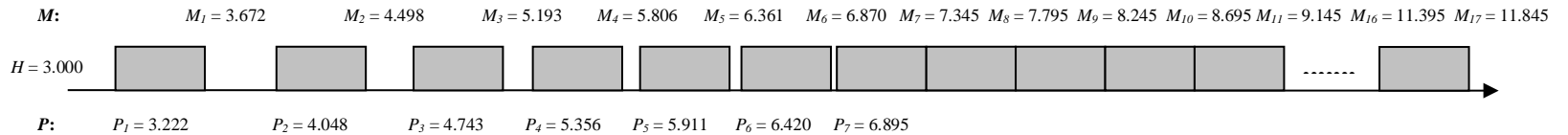


Fig. 3 – Momentos M_n e P_n

Quadro 2 – Resumo das vidas esperadas (a inspeção de ordem 0 já teve lugar)

Intervalos entre inspecções	Probabilidade de falha funcional ($P_n - M_{n-1}$)	Vida até falha funcional (horas)	Probabilidade de detecção de falha potencial ($M_n - P_n$) ou ($M_n - M_{n-1}$)	Vida até falha potencial detectada (horas)
2.597	0,000000	0,00	0,000000	0,00
1.076	0,021386	62,22	0,046310	159,65
825	0,041270	159,30	0,051961	222,01
696	0,029257	135,19	0,054650	271,53
613	0,020022	105,61	0,055495	309,74
554	0,012843	75,24	0,055122	338,21
510	0,007242	46,28	0,053926	358,36
474	0,002877	19,80	0,052175	371,47
450	0,000000	0,00	0,050032	378,72
450	0,000000	0,00	0,047506	380,98
450	0,000000	0,00	0,044682	378,44
450	0,000000	0,00	0,041643	371,44
450	0,000000	0,00	0,038467	360,43
450	0,000000	0,00	0,035229	345,94
450	0,000000	0,00	0,031992	328,55
450	0,000000	0,00	0,028814	308,88
450	0,000000	0,00	0,025743	287,54
450	0,000000	0,00	0,022817	265,13
$\Sigma = 0,134897$	$\Sigma = 604$	$\Sigma = 0,736563$	$\Sigma = 5.437$	

No Quadro 2 pode constatar-se que:

- A probabilidade de se verificar uma falha dentro de uma janela segura é 0,736563. A probabilidade de se verificar uma falha dentro de uma janela insegura é 0,134897. A probabilidade de não se verificar qualquer falha é dada por $1 - F[(11.845 - 3.000)|3.000] = 1 - 0,871460 = 0,128540$. A soma destas probabilidades é igual a 1; o que valida os cálculos;
- Uma falha dentro de uma janela insegura ocorre em média às 604 horas (9). Uma falha dentro de uma janela segura ocorre em média às 5.437 horas (10). A esperança de vida até 12.000 horas é $0,128540 \times 12.000 = 1.511$ horas (11). A vida esperada total é $(5.437 + 604 + 1.511) = 7.583$ horas (12).

O custo horário esperado será então (13):

$$\overline{C_h} = (77.878) \cdot \frac{(0,00002547) \cdot (1 + 0,00002547)^{7.583}}{(1 + 0,00002547)^{7.583} - 1} = 10,72 \text{ €/hora}$$

4.7 Análise de sensibilidade

Em qualquer processo de apoio à decisão, torna-se imperativa uma análise da sensibilidade das variáveis de saída a variações das variáveis chave (variáveis de decisão) do modelo. No caso em estudo, torna-se particularmente pertinente pois constitui a única forma de sondar a eventual existência de valores óptimos das variáveis chave. Em concreto, interessa conhecer como o custo horário $\overline{C_h}$ esperado varia com:

- Variações do tempo até à paragem voluntária T_p , assumindo um valor mínimo de fiabilidade entre inspecções $R(t_n|t_{n-1})$, de modo a investigar a eventual existência de um custo mínimo;
- Variações da fiabilidade entre inspecções $R(t_n|t_{n-1})$, assumindo um tempo até à paragem voluntária T_p , de modo a investigar a eventual existência de um custo mínimo.

Um método iterativo permitirá encontrar as respostas para estas questões. No primeiro caso, assumindo, por exemplo, $R(t_n|t_{n-1}) = 0,94$ e fazendo variar T_p em intervalos de amplitude 500 horas entre 3.000 e 7.500 horas, obter-se-á o resultado ilustrado na Fig. 4. A evolução de $\overline{C_h}$ com T_p é irregular devido à discretização das janelas seguras e inseguras. Por exemplo, entre 3.000 e 5.000 horas, o número de inspecções cresce de uma unidade de cada vez que T_p aumenta de 500 horas. Todavia, na passagem de 5.000 horas para 5.500 horas, o número de inspecções cresce de duas unidades. Estas irregularidades, embora justificáveis, são contudo muito pequenas (inferiores a 5%).

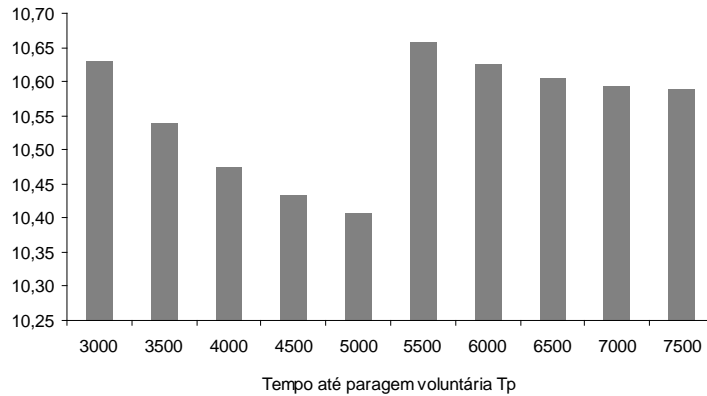


Fig. 4 – Sensibilidade do custo-hora com T_p

O gráfico mostra que para $T_p = 5.000$ horas, \overline{C}_h é mínimo e igual a 10,41 €/hora.

No segundo caso, assumindo $T_p = 9.000$ horas, e fazendo variar $R(t_n|t_{n-1})$ em intervalos de amplitude 0,01 entre 0,90 e 0,99, obter-se-á o resultado ilustrado na Fig. 5.

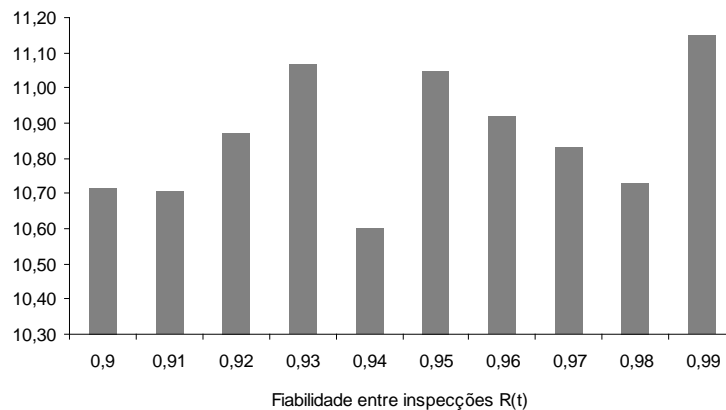


Fig. 5 – Sensibilidade do custo-hora com $R(t)$

O gráfico mostra que para $R(t_n|t_{n-1}) = 0,94$, \overline{C}_h é mínimo e igual a 10,60 €/hora.

De notar ainda que, quando a existência de um intervalo de tempo P-F é negligenciado (não consideração de janelas seguras e inseguras), o calendário comporta mais momentos de inspeção a intervalos progressivamente mais curtos do que o período P-F e, em consequência, o custo por hora de funcionamento do componente resulta sempre superior.

5. Reformulação da próxima data de inspeção

Complementarmente à análise realizada nos pontos anteriores, propõe-se um método baseado no ajustamento do parâmetro de escala da distribuição de probabilidade descritora do modo de falha em questão recorrendo ao teorema de Bayes, o qual procura ajustar o valor da vida característica (parâmetro de escala β da distribuição de Weibull) depois de conhecido o resultado negativo de cada inspeção e tendo em conta a confiança no julgamento do inspector e as probabilidades de ocorrência de falsos positivos e de falsos negativos.

Considere-se um componente cujo comportamento em falha pode ser descrito por uma distribuição de probabilidade *Weibull* de 3-parâmetros (t_0, α, β) e que se encontra em funcionamento há t horas. A probabilidade *a priori* $F(t)$ de uma falha potencial se encontrar em curso ao fim deste tempo é dada por:

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t-t_0}{\beta}\right)^\alpha} \quad (14)$$

Este componente é inspeccionado e, em função da precisão do teste e da confiança no julgamento do inspector, $F(t)$ deve ser ajustada (probabilidade *a posteriori*).

A precisão do teste P_t é definida pelas duas seguintes probabilidades condicionadas:

- Probabilidade de o teste ser negativo (T^-) quando, de facto, a falha está em curso F_s : $P_t(T^-/F_s)$;
- Probabilidade de o teste ser positivo (T^+) quando, de facto, a falha não está em curso F_n : $P_t(T^+/F_n)$.

Destas duas, só $P_t(T^-/F_s)$, neste caso, interessa. A probabilidade *a posteriori* $F'(t)$ de uma falha se encontrar em curso, tendo o teste resultado negativo é, então, pelo teorema de *Bayes*:

$$F'(t) = P(F_s|T^-) = \frac{P_t(T^-|F_s)P(F_s)}{P_t(T^-|F_s)P(F_s) + P_t(T^-|F_n)P(F_n)} \quad (15)$$

A precisão do teste tem depois de ser ponderada pelo grau de confiança no julgamento do inspector. Este grau pode ser medido como uma probabilidade de o seu julgamento ser correcto P_c , o qual pode ser avaliado pelo próprio ou por outrem.

A probabilidade *a posteriori* $F''(t)$ de uma falha se encontrar em curso, tendo o teste resultado negativo e merecendo este resultado um grau de confiança P_c é dado por:

$$F''(t) = 1 - P_c.[1 - F'(t)] \quad (16)$$

Conhecendo-se o tempo t decorrido do componente desde novo e o valor do parâmetro de forma α da distribuição, pode-se deduzir o valor do parâmetro de escala β a partir de (14), resultando:

$$\beta = e^{\left\{ \frac{\ln \left[\ln \left(\frac{1}{R} \right) \right]}{\ln(t) - \frac{\alpha}{\beta}} \right\}} \quad (17)$$

Nesta expressão, R representa a probabilidade de não haver falha em curso quando o teste resultou negativo, $P(F_n|T^-)$, ou seja $1 - P(F_s|T^-)$ ou $1 - F'(t)$, ajustada também do grau de confiança P_c no julgamento do inspector, isto é, $R = P_c.[1 - F'(t)]$ ou $R = 1 - F''(t)$. Considerando-se agora uma fiabilidade mínima desejada entre inspecções $R(\Delta t/t)$ ou $1 - F(\Delta t/t)$, pode-se calcular a probabilidade de falha $F(t + \Delta t)$ que o componente apresentará, aquando da próxima inspecção, a partir da expressão:

$$F(\Delta t|t) = \frac{F(t + \Delta t) - F_t}{1 - F_t} \rightarrow F(t + \Delta t) = F_t + F(\Delta t|t)(1 - F_t) \quad (18)$$

Nesta expressão, F_t é equivalente a $F''(t)$.

Finalmente, pode-se deduzir dentro de quanto tempo o componente apresentará a probabilidade de falha $F(t + \Delta t)$, ou seja, o momento da próxima inspecção, pela expressão (19), deduzida de (14).

$$t = t_0 + \beta \cdot \left\{ -\ln[1 - F(t + \Delta t)] \right\}^{1/\alpha} \quad (19)$$

5.1 Aplicação do método proposto

Considerem-se os dados descritos no Quadro 3:

Quadro 3 – Comportamento em falha, qualidade do teste e fiabilidade requerida	
	Parâmetro de localização, $t_0 = 0$
	Parâmetro de forma, $\alpha = 2$
	Parâmetro de escala, $\beta = 3.960$
	Tempo decorrido desde novo = 2.100
Probabilidade de o teste ser (-) quando, de facto, a falha está em curso, $P(T-/Fs) = 0,05$	
Probabilidade de o teste ser (+) quando, de facto, a falha não está em curso, $P(T+/Fn) = 0,1$	
	Grau de confiança nos resultados do teste = 0,8
	Fiabilidade requerida entre inspecções = 0,95

$$F(t = 2.100) = 1 - e^{-\left(\frac{2.100-0}{3.960}\right)^2} = 0,245$$

A probabilidade de haver falha em curso quando o teste foi negativo é dada por (15):

$$F(t) = P(F_s|T^-) = \frac{(0,05).(0,245)}{(0,05).(0,245) + (1-0,1).(1-0,245)} = 0,017709$$

De (16) deduz-se:

$$P(F_n|T^-) \text{ ajustado} = 0,8 \times 0,982291 = 0,785833$$

$$F''(t) = P(F_s|T^-) \text{ ajustado} = 1 - P(F_n|T^-) \text{ ajustado} = 1 - 0,785833 = 0,214167$$

De (17) deduz-se, por sua vez:

$$\beta = e^{\left\{ \frac{\ln \left[\ln \left(\frac{1}{0,214167} \right) \right]}{\ln(2.100)} \right\}} = 4.278 \text{ horas}$$

Ou seja, o valor de β foi corrigido de 3.960 para 4.278 horas. A partir daqui, poder-se-ia deduzir um novo calendário.

6. Conclusões

Mostrou-se como se pode determinar um calendário óptimo de inspecções do estado de condição de um componente crítico de um equipamento de produção. Para tal, combinaram-se o comportamento previsional em falha, o intervalo de tempo entre a falha potencial (*onset of a failure*) e a falha funcional (*functional failure*) e todos os custos pertinentes (inspecções, degradação da produção, consequências da falha, reparação). O calendário de inspecções resultante é composto por intervalos de tempo decrescentes influenciados pela existência de janelas temporais seguras e inseguras, o que permite obter um custo por hora de funcionamento inferior ao que seria obtido se aquelas janelas não fossem consideradas. Complementarmente, recorrendo ao teorema de Bayes, mostrou-se que este calendário pode ser reformulado automaticamente cada vez que uma inspecção resulte negativa. Para tal, teve-se em conta as probabilidades de ocorrência de falsos positivos e falsos negativos, bem como a confiança do inspector no teste. O método torna-se assim dinâmico e auto-ajustável.

Bibliografia referenciada

- ELSAYED, A., *Reliability Engineering*, Addison Wesley Longman, Inc., New York, 1996
- JAMALI, M.A.; Ait-Kadi, D; Cléroux, R; Artiba, A, *Joint optimal periodic and conditional maintenance strategy*, Journal of Quality in Maintenance Engineering, Volume 11, Number 2, 2005 , pp. 107-114(8), Emerald Group Publishing Limited 2005
- MOUBRAY J.M., *Reliability Centred Maintenance*. Butterworth - Heinemann, Oxford, 2nd edition, 1999
- WANG W., Modelling condition monitoring intervals: A hybrid of simulation and analytical approaches, Journal of the Operational Research Society, Volume 4, Number 3, March 2003, pp. 273-282(10), Palgrave Macmillan 2003