Caso “Torre de arrefecimento”

Uma central de produção de energia eléctrica possui várias torres de arrefecimento da água que circula os condensadores de vapor dos vários grupos. Cada torre possui 8 células de arrefecimento. Cada célula é composta por um ventilador, um caixa redutora e um motor eléctrico de accionamento.

No caso particular das caixas redutoras de uma das torres, pretende-se saber se é mais económico manter ou não qualquer unidade de reserva em *stock* e, se sim, quantas unidades.

A consulta do cadastro das 8 caixas desta torre permitiu concluir o seguinte:

- Não existe nenhuma política de manutenção preventiva (sistemática ou condicionada) em prática, devido à localização de alcance extremamente difícil e perigosa;
- 6 unidades possuem 24 anos de serviço contínuo;
- 2 unidades possuem 6 anos de serviço contínuo (duas das 8 células foram adicionadas quando a central foi ampliada);
- Custo de aquisição de uma unidade = 40.000 €;
- Vida característica estimada (parâmetro de escala da distribuição de *Weibull* de melhor aderência) = 30 a 40 anos;
- Parâmetro de forma da distribuição de *Weibull* de melhor aderência = 1,5;
- Custo das consequências de uma falha = 1.000 a 1.500 €/hora parada (dependendo da temperatura ambiente) durante os 3 meses de Verão. Sem consequências durante as restantes estações do ano;
- Tempo de substituição = 2 dias (se existirem caixas em *stock*);
- Tempo de reparação = 40 dias (se não existir qualquer caixa em *stock*, havendo que encomendar e reparar);
- A torre funciona em regime contínuo (24 horas/dia x 365 dias/ano);
- O custo de oportunidade do capital da empresa investido em *stocks* é 12% ano;
- O custo de armazenagem das caixas redutoras é estimado em 25% ano.

Qual a sua recomendação?

Resolução

Devido à complexidade do caso, o problema não pode ser formulado analiticamente pelo que a sua solução poderá ser encontrada através de um modelo de simulação de Monte-Carlo.

O primeiro passo consiste em determinar qual a função que melhor descreve as falhas que se poderão registar nos próximos anos no conjunto das 8 caixas redutoras e que irá permitir caracterizar a sua procura no modelo a construir. Esta procura deverá ter em conta a idade de cada uma das caixas no momento de realização destes cálculos. Começaremos então, primeiramente, por construir um modelo de simulação de falhas do conjunto das 8 caixas e, só depois, avançaremos para um modelo de simulação de gestão de *stocks*.

Simulador de falhas do conjunto das 8 caixas

Sabemos que os TTF (tempos entre quaisquer duas falhas) verificadas num conjunto de componentes de um sistema podem ser descritos por uma distribuição de probabilidade exponencial negativa, independentemente da forma das distribuições de probabilidade de falha específicas de cada componente, e tanto melhor quanto maior for o número dos componentes constituintes do sistema. Contudo, optámos por verificar este facto, construindo um modelo de simulação de Monte-Carlo no EXCEL.

O Quadro 1 mostra uma parte da folha programada para o efeito com os resultados obtidos de uma das iterações no caso das primeiras 20 falhas de cada uma das caixas em 100 falhas simuladas.

Embora o valor analítico do sistema resultasse igual a 1.236 dias (inverso da soma dos inversos dos MTTF das 8 caixas), considerámos preferível considerar o MTTF esperado resultante de várias corridas do simulador. Assim, após 1.000 corridas, obtivemos 1.360 dias para um erro amostral inferior a 3%.

Embora soubéssemos de antemão que os TTF do sistema, mostrados na última coluna do quadro, seguem uma distribuição de probabilidade exponencial negativa, o que é, aliás indiciado pelo facto do valor esperado do desvio padrão (1.470 dias para um erro amostral inferior a 3%) ser muito próximo da média 1.360 dias (nesta distribuição a média é igual ao desvio padrão), optámos por usar um teste de hipótese de aderência. Recorremos ao método de *Kolmogorov-Smirnov* e obtivemos, para um nível de significância de 5%, um valor da estatística de teste D = 0,016 quando o valor limite de aceitação seria de D_0 = 0,048. Como tal, confirmámos que não existe evidência estatística suficiente para rejeitar a hipótese nula e, logo, o comportamento em falha do sistema composto por 8 caixas redutoras pode ser representado por uma distribuição de probabilidade exponencial negativa de média 1/1.360 = 0,000735 falhas/dia.

Quadro 1

	Comp. A	Comp. B	Comp. C	Comp. D	Comp. E	Comp. F	Comp. G	Comp. H
t =	2190	2190	8760	8760	8760	8760	8760	8760
$F(t)$ =	0,085559	0,085559	0,511073	0,511073	0,511073	0,511073	0,511073	0,511073
t_0 =	0	0	0	0	0	0	0	0
α =	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5
β =	10950	10950	10950	10950	10950	10950	10950	10950
MTTF =	9.885	9.885	9.885	9.885	9.885	9.885	9.885	9.885

		Selecciona
MTTF =	1.236	
MTTF =	1.315	1.360
DP =	1.359	

	A TTF	A Momentos	B TTF	B Momentos	C TTF	C Momentos	D TTF	D Momentos	E TTF	E Momentos	F TTF	F Momentos	G TTF	G Momentos	H TTF	H Momentos	Sistema Momentos	Sistema TTF´s
1	10.653	10.653	11.290	11.290	10.412	10.412	18.167	18.167	11.918	11.918	10.957	10.957	14.525	14.525	16.446	16.446	10.412	10.412
2	2.271	12.924	8.554	19.845	9.142	19.554	8.665	26.832	6.101	18.018	5.608	16.565	13.382	27.907	1.203	17.649	10.653	241
3	15.535	28.459	6.501	26.345	19.151	38.705	6.702	33.534	18.019	36.037	2.670	19.235	17.251	45.158	1.991	19.640	10.957	304
4	26.144	54.603	8.850	35.195	14.044	52.749	6.613	40.147	11.071	47.108	15.160	34.396	1.017	46.175	2.937	22.577	11.290	333
5	10.197	64.800	15.420	50.615	25.007	77.756	22.743	62.890	7.353	54.461	4.024	38.420	7.855	54.030	21.014	43.591	11.918	628
6	7.346	72.146	134	50.749	10.953	88.709	7.922	70.812	26.933	81.394	15.130	53.549	16.207	70.236	4.592	48.183	12.924	1.006
7	8.844	80.990	4.208	54.957	4.948	93.657	8.857	79.670	9.958	91.352	12.296	65.846	10.148	80.384	18.058	66.241	14.525	1.601
8	17.319	98.309	5.247	60.204	8.595	102.252	3.396	83.066	3.613	94.965	26.604	92.450	1.863	82.247	16.980	83.222	16.446	1.921
9	6.731	105.040	11.827	72.031	5.339	107.590	7.308	90.374	9.203	104.167	10.898	103.348	3.257	85.504	12.934	96.156	16.565	119
10	13.325	118.365	3.920	75.951	16.058	123.648	5.048	95.422	9.758	113.925	9.602	112.950	22.714	108.219	14.614	110.770	17.649	1.084
11	824	119.189	13.133	89.084	24.453	148.101	7.875	103.297	44.573	158.498	8.090	121.040	3.654	111.873	13.012	123.782	18.018	369
12	3.853	123.042	19.923	109.007	6.734	154.835	7.939	111.236	8.873	167.371	6.389	127.428	12.629	124.501	5.579	129.361	18.167	149
13	20.195	143.237	3.218	112.225	6.818	161.654	4.400	115.637	9.361	176.732	10.649	138.077	2.034	126.535	3.024	132.385	19.235	1.068
14	9.999	153.236	12.326	124.551	10.405	172.059	1.670	117.306	7.760	184.492	8.189	146.265	4.773	131.308	14.659	147.044	19.554	319
15	19.235	172.471	12.775	137.327	8.117	180.176	13.014	130.320	5.765	190.257	598	146.863	2.366	133.674	16.204	163.248	19.640	86
16	2.843	175.314	2.384	139.711	1.625	181.801	10.165	140.485	11.339	201.596	503	147.366	1.406	135.080	3.876	167.124	19.845	205
17	8.609	183.924	20.237	159.948	18.311	200.112	12.104	152.589	4.745	206.341	12.122	159.488	2.267	137.347	13.500	180.624	22.577	2.732
18	2.292	186.216	5.359	165.306	1.507	201.619	8.151	160.740	14.363	220.703	1.528	161.017	15.255	152.602	7.937	188.561	26.345	3.768
19	8.062	194.278	8.107	173.413	11.649	213.268	16.876	177.617	1.918	222.622	3.027	164.044	15.989	168.590	16.800	205.362	26.832	487
20	19.520	213.797	12.501	185.914	6.788	220.056	7.548	185.164	12.720	235.341	7.190	171.233	1.972	170.562	5.004	210.366	27.907	1.075

Notas:

- O quadro mostra os resultados de uma das iterações do simulador. Vêm-se os TTF das primeiras 20 falhas de cada uma das 8 caixas redutoras e os momentos em que se teriam registado (células de cor verde claro);
- O símbolo *t* representa o tempo já decorrido em funcionamento desde novo de cada caixa. Assim, *t* = 6 x 365 = 2.190 dias nos casos das caixas A e B e *t* = 24 x 365 = 8.760 dias nos restantes casos, e *F(t)* representa a probabilidade de falha de cada caixa até *t*;
- Os valores TTF simulados na linha 1 são valores condicionados ao facto de a primeira falha de cada caixa se verificar após esta já ter "sobrevivido" durante *t* dias;
- Os valores TTF seguintes são pressupostos resultar da mesma distribuição de probabilidade *Weibull* após a reparação (voltando ao estado de nova) ou a substituição da caixa por outra nova;
- O primeiro MTTF mostrado no canto superior direito 1.236 dias foi obtido analiticamente pelo inverso da soma dos inversos dos MTTF de cada caixa. O segundo MTTF resultou desta iteração em particular 1.315 (valor próximo de 1.360);
- O valor de 1.360 dias foi seleccionado como sendo o valor esperado do MTTF do sistema após 1.000 iterações do simulador.

Simulador de gestão do *stock* composto por *n* caixas redutoras

Usámos um simulador construído no EXCEL com a seguinte política: Encomendar exactamente a quantidade em falta para um determinado *stock* limite máximo todas as vezes que ocorra uma falha.

Se tivermos em conta o facto de todas as caixas já possuírem uma certa "idade", as condições de inicialização do modelo vão originar um regime transitório. Só depois de todas as caixas actualmente em funcionamento terem falhado e sido substituídas, o regime estacionário será alcançado. Comecemos por analisar o regime estacionário.

O Quadro 2 mostra o campo de entrada de dados e os indicadores de performance obtidos. As variáveis que figuram à direita sob a classificação de aleatórias, com excepção do tempo entre falhas, poderiam sê-lo de facto, se lhes associássemos as distribuições de probabilidade mais adequadas (uma *Gamma* ou uma *Lognormal* para os tempos de reparação e uma triangular para o prazo de aprovisionamento, por exemplo). Porém, neste caso, considerámo-las determinísticas.

O Quadro 2 mostra ainda os indicadores de performance resultantes de uma das iterações do simulador (células de cor verde), quando supusemos que o nível do *stock* deveria ser de uma única unidade, e os resultados obtidos após 1.000 corridas do simulador (células de cor amarelo). O custo de oportunidade foi determinado para apenas 1/4 de ano, pois as consequências pecuniárias resultantes de uma paragem só se verificam no Verão (3 em 12 meses).

Quadro 2

Variáveis determinísticas		
Regime de funcionamento:	365	dias/ano
Custo de aprovisionamento:	0	€/encom.
Custo anual de posse:	37%	ano
Custo unitário:	40000	€/unidade
Custo de oportunidade:	30000	€/dia
Stock inicial:	1	unidades

Variáveis aleatórias		
Tempo médio entre avarias (MTTF)	1360	dias
Tempo médio de reparação:	2	dias
Prazo médio de aprovisionamento:	38	dias

Variáveis de decisão		
Nível máximo:	1	unidades

Indicadores de performance			
Stock máximo =	1	1	unidades
Stock médio disponível =	1	1	unidades
Taxa de roturas =	1,00%	2,47%	
Indisponibilidade =	0,18%	0,18%	
Custo de posse =	14.800	14.800	€/ano
Custo de aprovisionamento =	0	0	€/ano
Custo de oportunidade =	4.816	5.026	€/ano
Custo total =	19.616	19.826	€/ano

O Quadro 3 mostra a "história" das primeiras 20 falhas naquelas mesmas condições. Notar que, neste quadro, os TTF foram gerados a partir da distribuição exponencial negativa de MTTF = 1.360 dias, o que é equivalente a dizer que não tivemos em conta as condições iniciais, ou seja, o facto de as unidades que se encontram instaladas hoje apresentarem uma vida restante menor do que as vidas esperadas das unidades novas que virão. Mais adiante tomaremos em conta este facto.

Por exemplo, a 9ª falha ter-se-á verificado dentro de 14.452 dias. Havia uma unidade em *stock* que foi montada no lugar da falhada. O tempo de substituição/reparação foi de 2 dias, pelo que a torre terá voltado ao serviço no dia 14.452 + 2 = 14.454. Perderam-se 2 dias que custaram 2 x 30.000 = 60.000 €. Encomendou-se uma nova unidade ao fabricante, a qual terá chegado após ter decorrido metade do tempo de reparação (estimado para desmontar a caixa e confirmar a necessidade de a substituir) 1 dia mais o prazo de entrega do fornecedor 38 dias. Total igual a 39 dias. Logo, a nova unidade terá chegado no dia 14.452 + 2/2 + 38 = 14.491. No dia 14.482 torna a ocorrer uma falha (a 10ª que resulta da soma do dia do arranque 14.454 com o TTF 28 dias), mas o *stock* está em zero – a unidade encomendada ao fornecedor só vai chegar mais tarde no dia 14.491 – pelo que a torre fica parada a aguardar até este dia. A reparação completar-se-á depois em metade do tempo de reparação (estimado de montagem) 1 dia e voltará ao serviço no dia 14.491 + 2/2 = 14.492. Ter-se-ão perdido, desta vez, 14.492 – 14.482 = 10 dias, os quais terão custado 10 x 30.000 = 300.000 €. Entretanto, encomendou-se uma nova unidade ao fabricante, a qual estará disponível no dia 14.482 + 38 = 14.520.

Quadro 3

Ordem da avaria	TTF	Dia avaria	*Stock* inicial	Tempo reparação	Peças necessárias	Dia arranque	*Stock* final	Quantid. encomend.	Dia entrega	Dias perdidos
1	2714	2714	1	2	1	2716	0	1	2753	2
2	167	2883	1	2	1	2885	0	1	2922	2
3	92	2977	1	2	1	2979	0	1	3016	2
4	26	3005	0	2	1	3017	0	1	3043	12
5	5442	8459	1	2	1	8461	0	1	8498	2
6	329	8790	1	2	1	8792	0	1	8829	2
7	2482	11274	1	2	1	11276	0	1	11313	2
8	1013	12289	1	2	1	12291	0	1	12328	2
9	2161	14452	1	2	1	14454	0	1	14491	2
10	28	14482	0	2	1	14492	0	1	14520	10
11	206	14698	1	2	1	14700	0	1	14737	2
12	109	14809	1	2	1	14811	0	1	14848	2
13	489	15300	1	2	1	15302	0	1	15339	2
14	386	15688	1	2	1	15690	0	1	15727	2
15	208	15898	1	2	1	15900	0	1	15937	2
16	695	16595	1	2	1	16597	0	1	16634	2
17	2316	18913	1	2	1	18915	0	1	18952	2
18	383	19298	1	2	1	19300	0	1	19337	2
19	1625	20925	1	2	1	20927	0	1	20964	2
20	152	21079	1	2	1	21081	0	1	21118	2

Conclusão do regime estacionário

Foram corridos 1.000 vezes quatro cenários, cada um correspondente a 0 unidades em *stock*, 1 unidade, 2 unidades e 3 unidades. Os resultados obtidos encontram-se descritos no Quadro 4.

Quadro 4

Unidades em *stock*	Taxa de indisponibilidade	Taxa de roturas	Custo de posse	Custo de oportunidade	Custo total
0	2,82%	100%	0 €	77.150 €	≅ 77.000 €
1	0,18%	2,45%	14.800 €	4.990 €	≅ 19.800 €
2	0,15%	0,00%	29.600 €	4.070 €	≅ 33.700 €
3	0,15%	0,00%	44.400 €	4.080 €	≅ 48.500 €

Neste quadro podemos ver que o cenário de menor custo é o que corresponde a manter permanentemente em *stock* uma única unidade.

Os resultados obtidos anteriormente resultaram do nivelamento da "perturbação" inicial introduzida pelo facto de as caixas terem já alguma "idade". As conclusões tiradas acima serão assim válidas para o regime estacionário (médio/longo prazo). Mas será que no regime transitório as conclusões deveriam ser diferentes?

Modificámos o simulador de gestão de *stocks* de forma a ter em conta apenas as falhas verificadas até todas as 8 caixas existentes actualmente terem falhado. O Quadro 5 mostra os resultados de uma das iterações. Neste podemos ver que após 16 falhas e 18.761 dias, todas as caixas tinham falhado.

Quadro 5

Ordem da avaria	Componente falhado	Dia avaria	*Stock* inicial	Tempo reparação	Peças necessárias	Dia arranque	*Stock* final	Quantid. encomend.	Dia entrega	Dias perdidos
1	A	150	2	2	1	152	1	1	189	2
2	F	1.129	2	2	1	1.131	1	1	1.168	2
3	D	2.655	2	2	1	2.657	1	1	2.694	2
4	H	3.101	2	2	1	3.103	1	1	3.140	2
5	C	6.067	2	2	1	6.069	1	1	6.106	2
6		7.216	2	2	1	7.218	1	1	7.255	2
7		8.973	2	2	1	8.975	1	1	9.012	2
8		9.641	2	2	1	9.643	1	1	9.680	2
9	G	9.811	2	2	1	9.813	1	1	9.850	2
10		10.719	2	2	1	10.721	1	1	10.758	2
11		11.503	2	2	1	11.505	1	1	11.542	2
12		12.635	2	2	1	12.637	1	1	12.674	2
13	E	13.795	2	2	1	13.797	1	1	13.834	2
14		14.065	2	2	1	14.067	1	1	14.104	2
15		18.315	2	2	1	18.317	1	1	18.354	2
16	B	18.761	2	2	1	18.763	1	1	18.800	2
17										
18										
19										
20										

Conclusão do regime transitório

Após 1.000 corridas do modelo para três cenários (0 unidades em *stock*, 1 unidade e 2 unidades). Os resultados obtidos encontram-se descritos no Quadro 6.

Quadro 6

Unidades em *stock*	**Taxa de indisponibilidade**	**Taxa de roturas**	**Custo de posse**	**Custo de oportunidade**	**Custo total**
0	3,46%	97,66%	0 €	94.698 €	≅ 94.700 €
1	0,21%	2,36%	14.800 €	5.638 €	≅ 20.400 €
2	0,18%	0,00%	29.600 €	5.023 €	≅ 34.600 €

Notar que os custos, neste caso do regime transitório, são superiores aos do regime estacionário pois as caixas irão falhar mais cedo. Conforme podemos constatar, a conclusão de uma unidade em *stock* do cenário transitório continua válido para o regime estacionário.

Rui Assis
Agosto/2006
rassis@rassis.com
http://www.rassis.com