

# Garantias e Contratos de Assistência pós-venda

Rui Assis (Eng.º Mec. Ph.D. IST)

[rassis@rassis.com](mailto:rassis@rassis.com)

[www.rassis.com](http://www.rassis.com)

Setembro-2015

## Resumo

Descrevem-se os fundamentos teóricos por detrás da elaboração de contratos de garantia de produtos (bens de consumo duráveis ou bens de equipamento) e exemplificam-se três casos envolvendo garantias iniciais e extensões de garantia.

**Palavras-chave:** Fiabilidade, Garantias, Distribuição *Weibull*, Probabilidade condicionada, Reclamações, SOLVER.

## Introdução

Fiabilidade significa “qualidade ao longo da vida”. Com efeito, não bastam todos os esforços tecnológicos e organizacionais visando garantir a conformidade de um qualquer produto com as características funcionais especificadas pelo seu fabricante. É preciso que o produto mantenha aquelas mesmas características funcionais durante toda a sua vida útil esperada – a mesma para a qual foi concebido, projectado e fabricado. Não obstante, alguns componentes do produto poderão falhar ao longo do seu ciclo de vida, devido a causas extrínsecas (condições de uso ambientais e/ou de carga não previstas) ou devido a causas intrínsecas (qualidade insuficiente dos materiais empregues ou defeitos introduzidos durante o processo de fabrico não detectados pelo fabricante). A primeira categoria de causas de falha não é normalmente coberta por qualquer garantia, sendo-o apenas a segunda categoria de causas. Existem todavia algumas causas extrínsecas consideradas normais, para as quais o fabricante recomenda acções de substituição preventiva (limpeza ou substituição de filtros, por exemplo).

### 1. Conceitos básicos de fiabilidade [2]

A qualidade é uma propriedade que pode alterar-se ao longo da vida de um produto ou serviço. Em consequência, a aceitabilidade de um produto depende em parte da sua capacidade de funcionar satisfatoriamente (ou do seu desempenho) ao longo do tempo. A esta vertente da *performance* dá-se o nome de fiabilidade. Podemos assim dizer que a fiabilidade é a capacidade de um produto continuar a cumprir a sua função (ou de apresentar qualidade) ao longo do tempo. A fiabilidade constitui, pois, juntamente com a qualidade, um critério a ter em conta quando comparamos várias alternativas de decisão entre si.

Em sentido lato, o conceito de fiabilidade aplica-se quer a um produto simples (e.g., uma lâmpada) quer a um sistema complexo. Um sistema, quanto à sua natureza, pode ser técnico e tangível (e.g., um equipamento) ou de gestão e intangível (e.g., gestão dos *stocks* de um artigo em armazém).

No caso de um equipamento (e.g., um veículo, uma máquina de produção, um avião,...), este é constituído por várias partes técnicas ou componentes (e.g., um rolamento, um motor eléctrico, uma corrente de transmissão,...). Logo, a fiabilidade do conjunto dependerá da fiabilidade dos componentes. A fiabilidade de um equipamento pode também ser analisada na perspetiva integrada homem-máquina.

No caso de um serviço (e.g., gestão de um armazém, gestão da expedição de bagagens num aeroporto,...), este é constituído por um conjunto complexo de pessoas, equipamentos e informação, os quais funcionam de forma integrada e sincronizada, de acordo com regras previamente definidas por uma organização.

A fiabilidade de um produto é determinada nas fases de concepção (ou de projeto) e de produção. Durante a primeira, são definidas formas, dimensões e materiais a usar. Ao longo da segunda, são determinantes a qualidade dos materiais e dos processos utilizados. A Engenharia da Qualidade é particularmente actuante nestas duas fases. Na fase de utilização (ou de exploração), a fiabilidade só poderá ser melhorada substituindo componentes por outros mais fiáveis ou criando redundâncias – circunstância que o fabricante espera que não venha a acontecer uma vez o produto em uso nas mãos dos clientes. É nesta fase da utilização que o fabricante se obriga a garantir que o seu produto se comportará como previsto por um período (ou por um número de utilizações, de ciclos, de kms,...), inicial predeterminado.

Em Engenharia, a fiabilidade é definida, de uma forma mais precisa, como medida da capacidade de um produto operar sem falha, isto é, como uma probabilidade de operação sem falha. Fiabilidade pode, então, ser definida como sendo: “A probabilidade de um produto funcionar satisfatoriamente (ou cumprir a função requerida) durante um certo intervalo de tempo (ou missão) sob condições de carga e de ambiente especificadas.” A fiabilidade de um produto significa então a probabilidade de sucesso (ou de não ocorrência de falhas) dentro de um certo intervalo de tempo (calendário ou de funcionamento), ou de uma certa distância a percorrer, ou um determinado número de manobras a realizar, ou qualquer outra medida de uso. A fiabilidade é, portanto, a probabilidade de um produto operar “conforme previsto”.

A fiabilidade, representada pela letra *R* (de *Reliability*), é uma probabilidade de sucesso. A in fiabilidade, representada pela letra *F* (de *Failure*), é uma probabilidade de falha (ou de insucesso). *R* e *F* são complementares.

$$R + F = 1 \quad (1)$$

Por exemplo, quando se diz que a fiabilidade de um produto é 75% em 1.000 horas, está-se a prever que esse produto possa funcionar sem falhas 75 vezes em cada 100, ou falhar  $100 - 75 = 25$  vezes em cada 100. O mesmo é dizer que a fiabilidade (probabilidade de sobrevivência) é igual a 0,75 (ou 75%) e que a infabilidade (probabilidade de falha) é 0,25 (ou 25%), durante 1.000 horas.

A fiabilidade é calculada para condições de serviço muito precisas, pelo que quaisquer desvios das condições especificadas resultarão também em desvios da fiabilidade esperada.

O conjunto de condições sob as quais um produto é previsto funcionar (condições de serviço) pode ser dividido em condições de carga e condições ambientais.

Quanto ao modo como o serviço é medido, este depende da natureza de funcionamento do produto considerado, podendo ser medido em, “horas de operação”, “tempo-calendário”, “número de atuações”, “número de ciclos”. Assim, teremos, número de ciclos “abertura-fecho para um relé, número de ciclos “à frente-atrás” para um cilindro hidráulico (ou pneumático), número de quilómetros para uma viatura.

## 2. Funções Estatísticas mais Usadas na Representação da Vida Esperada

A fiabilidade de um produto pode ser determinada empiricamente pela distribuição em frequência dos tempos de vida (ou de sobrevivência) de um produto em condições normais de uso (especificadas pelo fabricante). Estes tempos são representados pelo acrónimo anglo-saxónico TTF (*Time To Failure*). Contudo, como se sabe, é difícil e, muitas vezes caro, manter esta natureza de informação a partir do mercado. Os fabricantes tentam conhecer em antecipação ao mercado a fiabilidade dos seus produtos realizando ensaios (frequentemente de vida acelerada), os quais são muitas vezes destrutivos e, como tal, também caros. Por outro lado mesmo dispondo de algumas dezenas ou mesmo centenas de dados, pretendendo-se conhecer a fiabilidade para um determinado intervalo de tempo (manobras, ciclos, km,...), a precisão conseguida seria sempre e apenas a que resultaria da interpolação linear entre os valores mais próximos. Para ganhar maior precisão, usam-se métodos de regressão (o de Qui-quadrado, por exemplo) ou de máxima verosimilhança para obtenção dos parâmetros das distribuições (ou funções) teóricas de melhor aderência (ou de ajustamento) aos dados empíricos conseguidos.

Uma única função não é adequada a todas as circunstâncias. As mais frequentemente usadas para representar a vida de um produto são as seguintes:

- A função de *Weibull*;
- A função Exponencial negativa;
- A função Normal;
- A função Normal logarítmica.

A partir de dados empíricos é possível encontrar a função teórica de entre aquelas que melhor se lhes ajusta (ou adere). Qualquer manual de Estatística expõe aqueles métodos de hipótese de aderência. Existe contudo *software* comercial de ajustamento automático. Para o encontrar, bastará introduzir o nome de uma daquelas distribuições ou a frase “*distribution fitting software*” num qualquer motor de busca da *Internet*. Outra fonte possível pode ser o *website* do autor <http://www.rassis.com/> em “Métodos estatísticos aplicados a situações empresariais”. Aqui existem duas aplicações “Teste de aderência Qui<sup>2</sup>.XLSX” para funções contínuas ou discretas e “Teste de aderência Kolmogorov Smirnov.XLSX” para funções contínuas. Usando o SOLVER nestas aplicações, conseguem-se obter os parâmetros das distribuições de melhor ajustamento.

## 3. Função de *Weibull*

A função de *Weibull* é largamente usada na prática de Engenharia devido à sua versatilidade na descrição do tempo de vida até à falha de produtos sujeitos a fenómenos de degradação (desgaste, corrosão, fadiga, fluência ou simultaneidade de alguns destes). A maioria de componentes mecânicos e eléctricos constituem exemplos.

A função densidade de probabilidade da distribuição de *Weibull* de três parâmetros tem a seguinte forma:

$$f(t) = \frac{\alpha}{\beta} \left[ \frac{t-t_0}{\beta} \right]^{\alpha-1} \cdot e^{-\left(\frac{t-t_0}{\beta}\right)^\alpha} \quad (2)$$

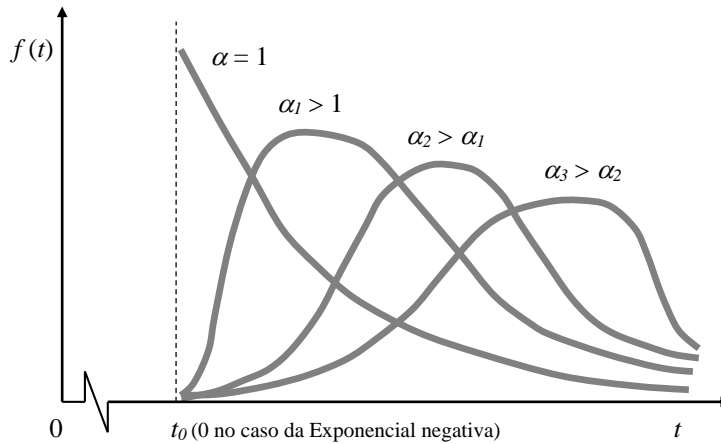
Nesta função (Figura 1),  $t$  representa o tempo, ciclos de funcionamento ou qualquer outra medida descritiva de duração de vida,  $e$  representa a base dos logaritmos neperianos ( $e = 2,7183$ ). Os parâmetros  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $t_0$  possuem o seguinte significado:

- $t_0$  – Parâmetro de localização: corresponde ao menor valor assumido por  $t$  (por exemplo, no caso de desgaste ou fadiga, a falha só poderá ocorrer após algum tempo de funcionamento; caso de um rolamento, por exemplo);
- $\alpha$  – Parâmetro de forma: traduz o mecanismo de degradação (física da falha) – quanto maior for o seu valor mais a moda da função se desloca para a direita (ver a Figura 1);
- $\beta$  – Parâmetro de escala: corresponde ao valor característico ou vida característica (o qual se observa com uma probabilidade de 0,6321). O parâmetro  $\beta$  inicia-se onde  $t_0$  termina.

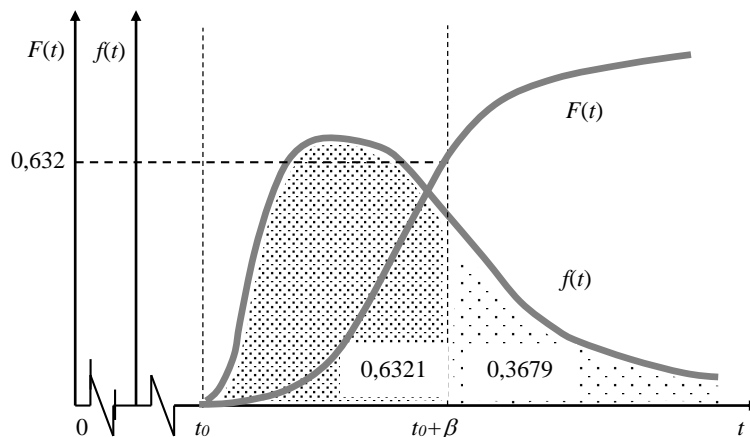
Integrando a Expressão (2) entre  $t_0$  e  $t$ , obtém-se a função acumulada de probabilidade de falhas (Figura 2):

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t-t_0}{\beta}\right)^\alpha} \quad (3)$$

Na maioria dos modos de falha por degradação, os tempos entre falhas apresentam um período  $t_0$  sem falhas. Este período pode ser estimado a partir da aplicação específica do produto.



**Figura 1 – Função densidade de probabilidade  $f(t)$  Weibull para diferentes valores do parâmetro  $\alpha$ .**



**Figura 2 – Função densidade de probabilidade  $f(t)$  e de probabilidade acumulada  $F(t)$  de Weibull**  
 Muitas vezes, consideram-se apenas dois parâmetros,  $\alpha$  e  $\beta$ , devido à dificuldade no cálculo do valor deste parâmetro específico. Neste caso, o valor do parâmetro  $\beta$  resulta maior pois compreende aquele.

Existe uma função da distribuição *Weibull* residente no EXCEL (com duas opções: a Expressão (4) equivalente à (2) e a Expressão (5) equivalente à (3)) que permite facilitar os cálculos:

$$f(t) = \text{WEIBULL}(t-t_0; \alpha; \beta; 0) \quad (4)$$

$$F(t) = \text{WEIBULL}(t-t_0; \alpha; \beta; 1) \quad (5)$$

O tempo médio entre falhas MTTF (ou vida média  $\theta$ ) é dado por:

$$\text{MTTF} = \int_0^{\infty} R(t).dt = t_0 + \beta \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \quad (6)$$

Em que  $\Gamma$  é a função Gama. Ou, recorrendo ao EXCEL:

$$\text{MTTF} = t_0 + \beta * \text{EXP}\left(\text{GAMMALN}\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)\right) \quad (7)$$

#### 4. Probabilidade condicionada de falha

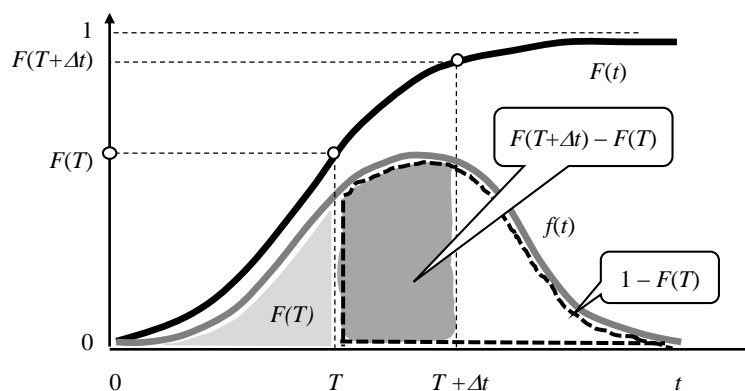
Quando um produto já se encontra a funcionar há algum tempo  $T$ , independentemente da distribuição (empírica ou teórica) que possa representar a sua vida até à falha, a probabilidade de sobrevivência (fiabilidade) para uma determinada missão  $\Delta t$  é dada por:

$$R(\Delta t | T) = \frac{R(T + \Delta t)}{R(T)} \quad (8)$$

Ou, no caso da probabilidade de falha:

$$F(\Delta t | T) = 1 - \frac{R(T + \Delta t)}{R(T)} = \frac{F(T + \Delta t) - F(T)}{1 - F(T)} \quad (9)$$

O significado de uma probabilidade condicionada pode ser melhor compreendido atentando no gráfico autoexplicativo da Figura 3. Nesta pode ver-se a área de cor cinza-claro que representa a probabilidade de o produto falhar até ao momento  $T$ , representada por  $F(T)$ . Porém, se este produto sobreviveu até este momento  $T$ , a probabilidade de ele falhar durante a missão  $\Delta t$  é representada pela proporção da área de cor cinza-escuro em relação à área  $[1 - F(T)]$  contornada a tracejado.



**Figura 3 – Probabilidade condicionada de falha durante a missão  $\Delta t$  tendo sobrevivido até  $T$**

A aplicação EXCEL “Probabilidade condicionada.XLSX” no *website* do autor <http://www.rassis.com/> em “Análise da Manutenção de Sistemas Baseada na Fiabilidade (RCM)” ilustra este conceito recorrendo à simulação de Monte-Carlo [1].

## 5. Exemplos de aplicação

Seguem-se três casos ilustrativos dos conceitos descritos nos pontos anteriores. Ter em conta que, por razões pedagógicas, alguns dados são exageradamente altos ou baixos de forma a evitar resultados traduzidos por números muito pequenos.

**Caso 1:** As estatísticas referentes a um determinado produto electrónico mostram que 7% necessitam de assistência durante o seu primeiro ano de vida e que 43% necessitam de assistência durante os primeiros 5 anos de vida. O custo médio de uma reparação é 95 €. Qual é o custo esperado de um contrato durante o segundo ano de vida de um destes produtos? Ter em conta que as falhas durante o primeiro ano serão cobertas pela garantia inicial.

### Resolução:

Tendo em conta a experiência de vida, os dados informam que até 1 ano de vida, a probabilidade acumulada de falha é 0,07 e que até 5 anos é 0,43. Recorrendo à Expressão (3) ou à (5) e ao algoritmo GRG de Optimização não linear do SOLVER do EXCEL (ver o ponto 6. Conclusões) e depois de alguma astúcia de cálculo, obtêm-se os parâmetros da distribuição de *Weibull* que contém estes dois pontos:  $t_0 = 0,0031$  anos;  $\alpha = 1,2654$ ;  $\beta = 7,8663$  anos. Ter em conta que os valores poderão resultar ligeiramente diferentes, pois o SOLVER poderá encontrar um óptimo local apenas em cada iteração e não o óptimo global como faria uma meta heurística.

Para conhecer o custo de um contrato para um segundo ano de vida (missão  $\Delta t = 1$  ano), tendo já sobrevivido 1 ano ( $T = 1$  ano), recorre-se às Expressões (3) e (9) e obtém-se:

$$F(\Delta t|T) = \frac{F(\Delta t + T) - F(T)}{1 - F(T)} = \frac{F(1+1) - F(1)}{1 - F(1)} = \frac{0,162022 - 0,07089}{1 - 0,07089} = 0,098085$$

Logo, o custo esperado no 2º ano de vigência do contrato de garantia será  $0,098085 \times 95 \cong 9,32$  €

**Caso 2:** As diferenças entre as quantidades vendidas nos últimos 4 trimestres (ano -1) e as reclamações entretanto regularizadas de um determinado produto com garantia por 1 ano encontram-se descritas no próximo Quadro. As quantidades previstas vender nos próximos 4 trimestres (ano +1) encontram-se também descritas neste Quadro.

Questão 1: Qual o número estimado de reclamações durante o próximo ano, sabendo que o comportamento em falha do produto pode ser descrito por uma distribuição de *Weibull* de parâmetros  $\alpha = 1,8$  e  $\beta = 6$  T (trimestres)?

Questão 2: Qual o custo previsto para esta eventualidade se cada reparação custar à empresa 95 €?

	1º T	2º T	3º T	4º T
Ano -1	300	400	350	600
Ano +1	700	800	750	900

### Resolução:

Considerando como base o momento correspondente ao fim do 4º T do ano (-1) ou o início do ano (+1), constrói-se o seguinte Quadro:

		Vendas	$F(T_i T_j)$	Missão $T_i$	Tempo decorrido $T_j$	$F(T_i T_j)$
Ano (-1)	1º T	300	$F(1 3)$	1	3	0,177011
	2º T	400	$F(2 2)$	2	2	0,290768
	3º T	350	$F(3 1)$	3	1	0,357404
	4º T	600	$F(4 0)$	4	0	0,382445
Ano (+1)	1º T	700	$F(3 0)$	3	0	0,249619
	2º T	800	$F(2 0)$	2	0	0,129262
	3º T	750	$F(1 0)$	1	0	0,038970

Por exemplo:

- A terceira linha do Quadro diz o seguinte: O saldo não reclamado das vendas realizadas no 3º T (1 T atrás) foi de 350 unidades. Já passou 1 T ( $T_j = 1$  T) a coberto da garantia no ano -1 e faltam ainda 3 T até ao seu término (missão  $T_i = 3$  T) no ano +1.
- A sexta linha do Quadro diz o seguinte: As vendas previstas no 2º T do ano +1 são 800 unidades. O tempo já passado é zero ( $T_j = 0$  T) e faltam apenas 2 T dentro do 2º ano (ano +1), para o qual pretendemos determinar o custo das garantias (missão  $T_i = 2$  T).

Recorrendo à Expressão (9) e adaptando a simbologia, obtêm-se os valores que figuram na última coluna do Quadro. Por exemplo, na terceira linha do Quadro figura o valor 0,357404, obtido da seguinte forma:

$$F(T_i|T_j) = \frac{F(T_i + T_j) - F(T_j)}{1 - F(T_j)} = \frac{F(3+1) - F(1)}{1 - F(1)} = \frac{0,382445 - 0,03897}{1 - 0,03897} = 0,357404$$

Esta é pois a probabilidade de um qualquer produto fabricado no 3º T do ano -1, e não reclamado entretanto, poder vir a selo durante os próximos 3 T, período ao fim do qual termina a garantia de 1 ano.

### Resolução:

**Questão 1:** Multiplicando a coluna das vendas trimestrais (não reclamadas do ano -1) e das vendas previstas no ano +1 pela coluna das probabilidades condicionadas de falha (terceira coluna pela sétima coluna do Quadro anterior), obtêm-se 832 unidades como podendo vir a ser reclamadas, quantidade que representa  $832 / (300 + 400 + 350 + 600 + 700 + 800 + 750) \times 100 = 21,33\%$  das vendas – um verdadeiro desastre!

**Questão 2:** Sendo 95 € o custo de cada reparação, o custo previsto com reparações durante o 2º ano (ano +1) é  $832 \times 95 = 79.040$  €

**Caso 3:** Uma grande cadeia de lojas de *bricolage* pretende oferecer um contrato de assistência por mais 4 anos de máquinas de cortar relva que tenham terminado o período inicial de garantia de 1 ano e a funcionar actualmente bem. Qual deverá ser o preço desta assistência se a empresa fixar uma margem de 60% sobre o custo esperado?

Ter em conta o seguinte:

- As estatísticas obtidas durante ensaios simulados da realidade mostram uma vida média (MTTF) de 7 anos;
- O comportamento em falha do conjunto dos vários componentes da máquina pode ser descrito por uma distribuição Weibull com  $\alpha = 1,5$ ;
- O custo médio de uma reparação é de 150 €

### Resolução:

A partir da Expressão (6) pode-se calcular o valor do parâmetro  $\beta$ . Sendo  $t_0 = 0$ , ter-se-á:

$$\beta = \frac{7}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{1,5}\right)} = 7,75413 \text{ anos}$$

O número esperado de reparações durante a missão de mais 4 anos ( $\Delta t = 4$ ) após o primeiro ano de vida ( $T = 1$ ), será então dado pela Expressão (9):

$$F(4|1) = \frac{F(4+1) - F(1)}{1 - F(1)} = \frac{0,40417 - 0,04526}{1 - 0,04526} = 0,37592$$

O preço a fixar por cada extensão do contrato de garantia será então:  $(1 + 0,6) \times 150 \times 0,37592 = 90$  €.

## 6. Conclusões

A aplicação EXCEL “Garantias e Contratos de Assistência.XLSX ” no *website* do autor <http://www.rassis.com/> em “em “Métodos estatísticos aplicados a situações empresariais” apresenta os três casos resolvidos descritos no ponto 5.

Fiabilidade pode ser definida como sendo: “A probabilidade de um produto funcionar satisfatoriamente (ou cumprir a função requerida) durante um certo intervalo de tempo (ou missão) sob condições especificadas”.

O conhecimento precoce da fiabilidade de um qualquer produto bem como o domínio das técnicas estatísticas necessárias ao seu cálculo é fundamental para atingir os seguintes objectivos:

- Identificar e eliminar causas de falha com origem no *design* ou no processo, na perspectiva da Engenharia de Produto;
- Fornecer informação para seleccionar e parametrizar as políticas de manutenção, na perspectiva da Engenharia da Manutenção ou de Processo;
- Fixar períodos de garantia e calcular o seu custo previsionar, na perspectiva da Engenharia da Qualidade, conforme foi ilustrado neste artigo.

A fiabilidade começa no projecto – é comum o uso de análises FMECA para este fim – e prossegue com protótipos sujeitos a testes (destrutivos ou não, normalizados ou próprios). O seu custo pode ser elevado mas pode compensar face aos custos que resultarão de devoluções/reparações e deterioração da imagem do fabricante. O resultado obtido nestes testes é independente das aplicações reais. Esta fiabilidade denomina-se fiabilidade inerente ou intrínseca ou, ainda, “fiabilidade à saída da fábrica”. Esta fiabilidade resulta da qualidade intrínseca do projecto (determinante para o nível de desempenho da função objectivada).

Por outro lado, os utilizadores constituem uma fonte de informação sobre a fiabilidade de um produto a partir da experiência da sua aplicação em condições reais. Se o fabricante se organizar de modo a colher e tratar esta natureza de dados (conforme ilustrado no Caso 2), poderá manter um repositório de dados preciosos para determinação da fiabilidade demonstrada ou extrínseca, a qual, resultando de uma média obtida a partir de um grande número de aplicações diferentes e por um período longo, permitirá melhor fundamentar decisões sobre se investir a montante na melhoria do produto ou actuar a jusante ao nível das garantias e dos meios de assistência pós-venda.

### Referências bibliográficas

- [1] ASSIS, Rui, “EXCEL na Simulação de Sistemas e Análise de Risco”, AMAZON, 2014  
[2] ASSIS, Rui, “Apoio à Decisão em Manutenção na Gestão de Activos Físicos”, LIDEL, 2014